

중학수학

절대강자

개념 연산
2·2

이 책의 구성과 특징

개념

01

이등변삼각형의 성질

1 삼각형의 성질

(1) 이등변삼각형: 두 변의 길이가 같은 삼각형 $\rightarrow \overline{AB} = \overline{AC}$

(2) 이등변삼각형의 성질

① 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같다. $\rightarrow \angle B = \angle C$

② 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

$\rightarrow \overline{BD} = \overline{CD}, \overline{BC} \perp \overline{AD}$

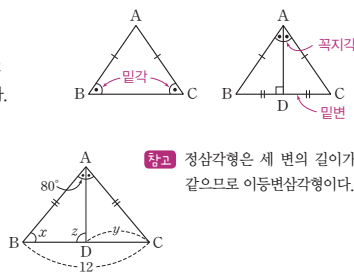
예 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형일 때,

① $\angle C = \angle x$ 이므로

$$80^\circ + \angle x + \angle x = 180^\circ, 2\angle x = 100^\circ \quad \therefore \angle x = 50^\circ$$

② $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 $y = \frac{1}{2} \times 12 = 6$

$\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이므로 $\angle z = 90^\circ$



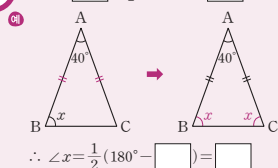
참고 정삼각형은 세 변의 길이가 같으므로 이등변삼각형이다.

이등변삼각형의 성질 (1)

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이면 두 의 크기는 같다.

2

$$\angle B = \text{} = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \text{})$$



01 다음은 '이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같다.'를 증명하는 과정이다. 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

3

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과

밑변 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라 하면

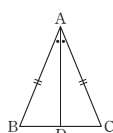
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\overline{AB} = \text{}$,

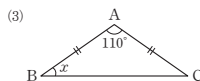
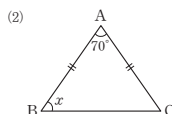
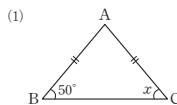
$\angle BAD = \text{}$, 는 공통이므로

$\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SAS 합동)

$\therefore \angle B = \text{}$



02 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



1

개념 정리

각 단원에서 꼭 알아야 할 내용을 한눈에 알아보기 쉽게 정리하여 개념을 완벽하게 이해할 수 있습니다.

2

개념 확인

개념을 정확하게 이해하고 있는지 빈칸 채우기 문제로 확인할 수 있습니다.

3

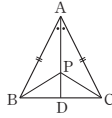
연산 문제

개념을 적용한 다양한 연산 문제를 풀어 보며 계산력을 기르고, 수학에 대한 자신감을 키울 수 있습니다.



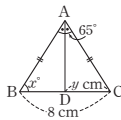
내신 도전

- 01 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D라 하고, $\overline{AD}$ 위의 임의의 한 점을 P라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?



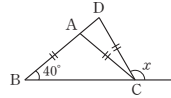
- (정답 2개)
- ① $\overline{AP} = \overline{BP}$ ② $\overline{PB} = \overline{PC}$
 ③ $\overline{BD} = \overline{CD}$ ④ $\angle PAB = \angle PBA$
 ⑤ $\angle PDB = \angle PDC$

- 02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. $\angle A = 65^\circ$, $\overline{BC} = 8$ cm일 때, $x + y$ 의 값은?



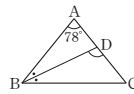
- ① 59.5 ② 60 ③ 61.5

- 04 오른쪽 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{DC}$ 이고 $\angle B = 40^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 115° ② 120° ③ 125°
 ④ 130° ⑤ 135°

- 05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{AC}$ 의 교점을 D라 하자. $\angle A = 78^\circ$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기를 구하시오.



4

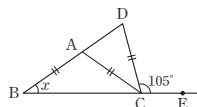
내신 도전

시험에 자주 출제되는 기본, 핵심 문제를 풀어 보며 실전에 대비할 수 있습니다.



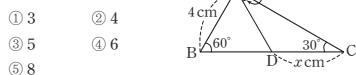
대단원 평가

- 01 오른쪽 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{DC}$ 이고 $\angle DCE = 105^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



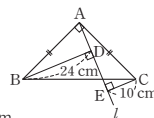
- ① 30° ② 32° ③ 35°
 ④ 38° ⑤ 40°

- 02 오른쪽 그림에서 x 의 값은?

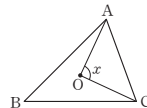


- ① 3 ② 4
 ③ 5 ④ 6
 ⑤ 8

- 04 오른쪽 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 ABC의 두 꼭짓점 B, C에서 꼭짓점 A를 지나는 직선 l에 내린 수선의 발을 D, E라 하자. $\overline{BD} = 24$ cm, $\overline{CE} = 10$ cm일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하시오.



- 05 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 점 O는 외심이고 $\angle A : \angle B : \angle C = 4 : 3 : 5$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 100° ② 95° ③ 90°
 ④ 85° ⑤ 80°

5

대단원 평가

단원을 마무리하며 공부했던 내용을 점검해 봅니다.
 한 번 더 실전 문제를 풀어 보며 실력을 확인할 수 있습니다.

절대강자

필수 유형 문제로 실력을 키우려면 →

유형

Contents

I 도형의 성질

1 삼각형의 성질

01 이등변삼각형의 성질	6
02 이등변삼각형이 되는 조건	10
03 직각삼각형의 합동 조건 (1) - RHA 합동	12
04 직각삼각형의 합동 조건 (2) - RHS 합동	14
05 각의 이등분선의 성질	16
06 삼각형의 외심	18
07 삼각형의 외심의 응용	20
08 삼각형의 내심	22
09 삼각형의 내심의 응용	24
10 삼각형의 내심과 접선, 내접원	26
• 내신 도전	28

2 사각형의 성질

11 평행사변의 성질	32
12 평행사변형이 되는 조건	36
13 평행사변형과 넓이	40
14 직사각형	42
15 마름모	44
16 정사각형	46
17 등변사다리꼴	48
18 여러 가지 사각형 사이의 관계	52
19 평행선과 삼각형의 넓이	54
20 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비	56
• 내신 도전	58
• 대단원 평가	62

II 도형의 닮음과 피타고라스 정리

1 도형의 닮음 (1)

01 닮음의 뜻	66
02 평면도형에서의 닮음의 성질	68
03 입체도형에서의 닮음의 성질	70
04 닮은 평면도형의 넓이의 비	72
05 닮은 입체도형의 겹넓이의 비와 부피의 비	74
06 삼각형의 닮음 조건	76
07 직각삼각형의 닮음	81
• 내신 도전	84

2 도형의 닮음 (2)

08 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비 (1)	86
09 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비 (2)	88
10 삼각형의 각의 이등분선	90
11 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질	92
12 사다리꼴에서 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질	94
13 평행선 사이의 선분의 길이의 비	96
14 삼각형의 중선	100
15 삼각형의 무게중심	102
16 삼각형의 무게중심과 넓이	104
• 내신 도전	106
3 피타고라스 정리	
17 피타고라스 정리	108
18 피타고라스 정리의 증명 (1)	110
19 피타고라스 정리의 증명 (2)	112
20 직각삼각형이 될 조건	114
21 직각삼각형에서의 피타고라스 정리의 활용	116
22 사각형에서의 피타고라스 정리의 활용	118
23 직각삼각형의 세 반원 사이의 관계	120
• 내신 도전	122
• 대단원 평가	124

III 확률

1 경우의 수

01 사건과 경우의 수	130
02 사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우의 수	132
03 두 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수	134
04 동전, 주사위 던지기	136
05 한 줄로 세우는 경우의 수	138
06 한 줄로 세울 때, 이웃하여 서는 경우의 수	140
07 자연수 만들기	142
08 대표 뽑기	144
• 내신 도전	146

2 확률

09 확률의 뜻	148
10 확률의 성질	150
11 사건 A 또는 사건 B가 일어날 확률	152
12 사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률	154
13 연속하여 꺼내는 경우의 확률	158
14 도형에서의 확률	160
• 내신 도전	162
• 대단원 평가	164



I

도형의 성질

이 단원에서 공부해야 할 필수 개념

1 삼각형의 성질

- 개념 01 이등변삼각형의 성질
- 개념 02 이등변삼각형이 되는 조건
- 개념 03 직각삼각형의 합동 조건(1)-RHA 합동
- 개념 04 직각삼각형의 합동 조건(2)-RHS 합동
- 개념 05 각의 이등분선의 성질
- 개념 06 삼각형의 외심
- 개념 07 삼각형의 외심의 응용
- 개념 08 삼각형의 내심
- 개념 09 삼각형의 내심의 응용
- 개념 10 삼각형의 내심과 접선, 내접원

내신 도전

2 사각형의 성질

- 개념 11 평행사변형의 성질
- 개념 12 평행사변형이 되는 조건
- 개념 13 평행사변형과 넓이
- 개념 14 직사각형
- 개념 15 마름모
- 개념 16 정사각형
- 개념 17 등변사다리꼴
- 개념 18 여러 가지 사각형 사이의 관계
- 개념 19 평행선과 삼각형의 넓이
- 개념 20 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비

내신 도전

대단원 평가

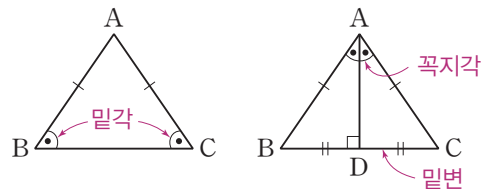


01

이등변삼각형의 성질

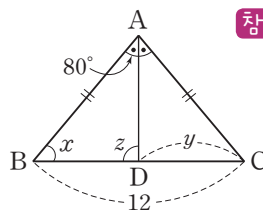
1 삼각형의 성질

- (1) 이등변삼각형: 두 변의 길이가 같은 삼각형 $\rightarrow \overline{AB} = \overline{AC}$
- (2) 이등변삼각형의 성질
- ① 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같다. $\rightarrow \angle B = \angle C$
 - ② 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.
 $\rightarrow$ 길이가 같은 두 변이 만나 이루는 각
 $\rightarrow \overline{BD} = \overline{CD}, \overline{BC} \perp \overline{AD}$



예 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형일 때,

- ① $\angle C = \angle x$ 이므로
 $80^\circ + \angle x + \angle x = 180^\circ, 2\angle x = 100^\circ \quad \therefore \angle x = 50^\circ$
- ② $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 $y = \frac{1}{2} \times 12 = 6$
 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 이므로 $\angle z = 90^\circ$



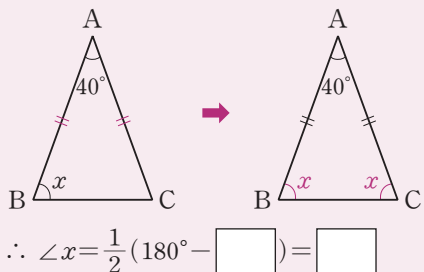
참고 정삼각형은 세 변의 길이가 같으므로 이등변삼각형이다.

이등변삼각형의 성질 (1)

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이면 두 의 크기는 같다.

$\rightarrow \angle B = \text{} = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \text{})$

예



$\therefore \angle x = \frac{1}{2} (180^\circ - \text{}) = \text{}$

01 다음은 '이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 서로 같다.'를 증명하는 과정이다. 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

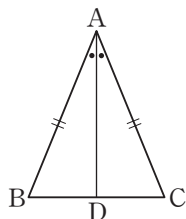
$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형
 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과
 밑변 BC 의 교점을 D 라 하면
 $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\overline{AB} = \text{}$,

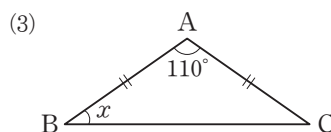
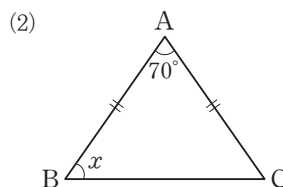
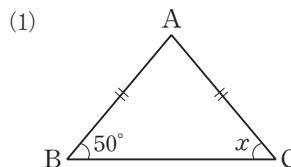
$\angle BAD = \text{}$, 는 공통이므로

$\triangle ABD \cong \text{}$ (SAS 합동)

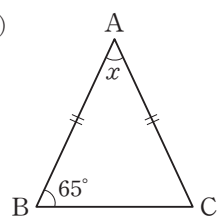
$\therefore \angle B = \text{}$



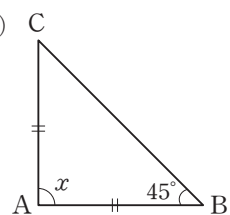
02 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



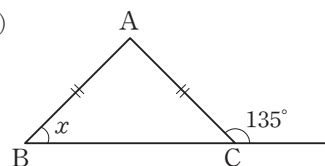
(4)



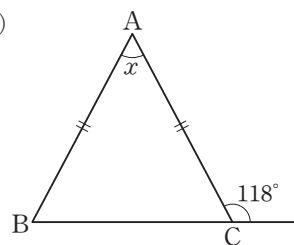
(5)



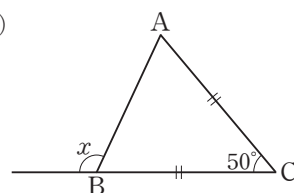
(6)



(7)

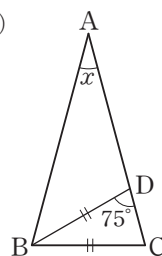


(8)

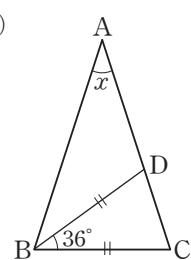


03 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BC} = \overline{BD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.

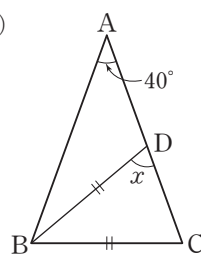
(1)



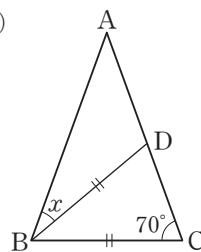
(2)



(3)

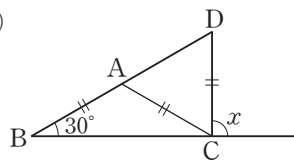


(4)

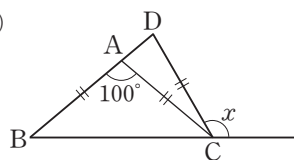


04 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.

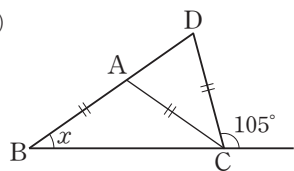
(1)



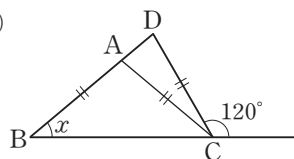
(2)



(3)

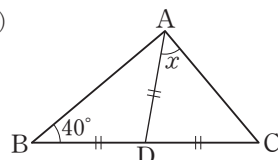


(4)

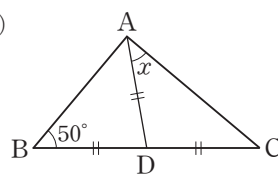


05 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.

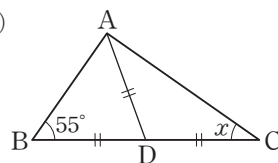
(1)



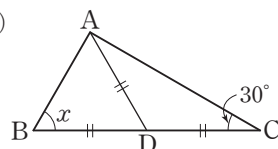
(2)



(3)



(4)

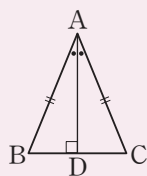


이등변삼각형의 성질 (2)

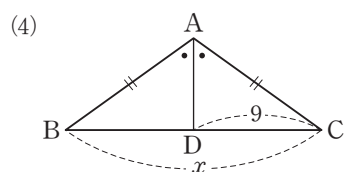
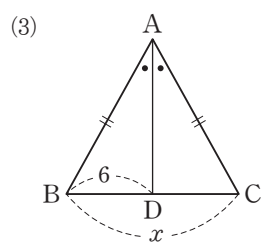
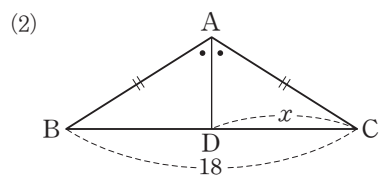
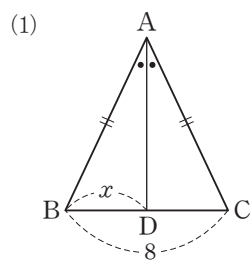
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이면 $\angle A$ (꼭지각)의

이등분선은 밑변을 한다.

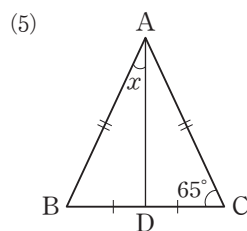
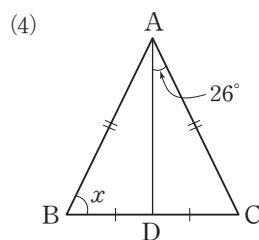
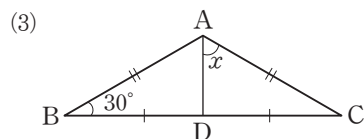
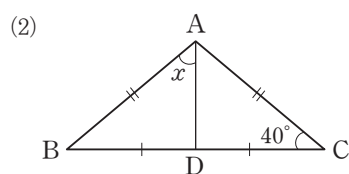
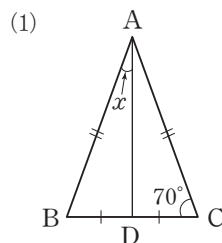
→ $\overline{BD} =$, $\overline{AD} \perp$



06 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.



07 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하시오.





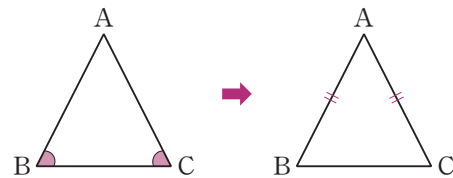
02

이등변삼각형이 되는 조건

1 삼각형의 성질

두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

→ $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이면 $\overline{AB} = \overline{AC}$

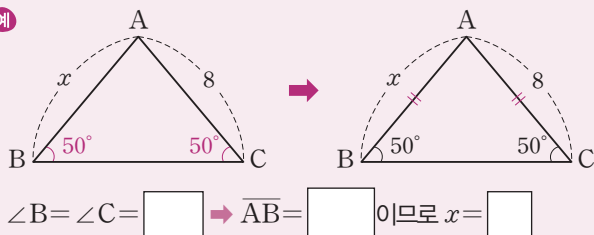


이등변삼각형이 되는 조건

$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이면 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \square$ 인

$\square$ 이다.

예



01 다음은 ' $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이면 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이다.'를 삼각형의 합동 조건을 이용하여 증명하는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

증명

$\angle B = \angle C$ 인 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle A$ 의 이등분선과 밑변 BC 의
 교점을 D 라 하면

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\angle B = \square$ ㉠

$\angle BAD = \square$ ㉡

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

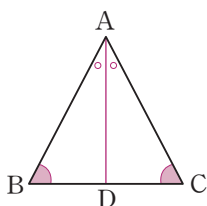
㉠, ㉡에서 $\square = \angle ADC$ ㉢

$\square$ 는 공통 ㉣

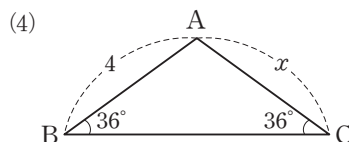
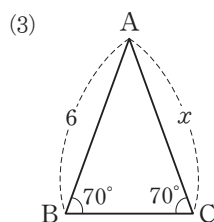
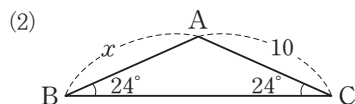
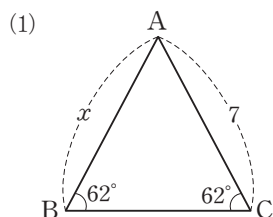
㉡, ㉢, ㉣에 의하여

$\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (ASA 합동)

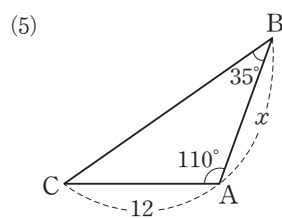
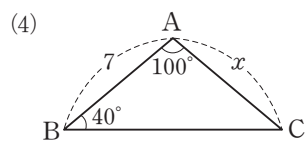
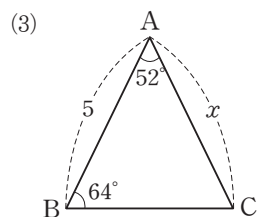
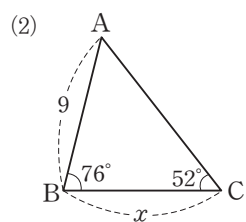
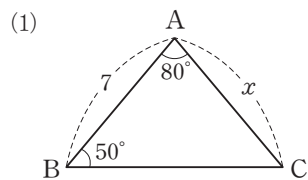
$\therefore \overline{AB} = \square$



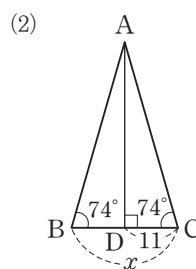
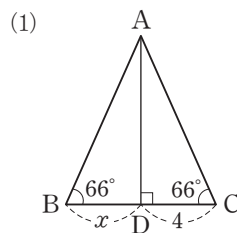
02 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.



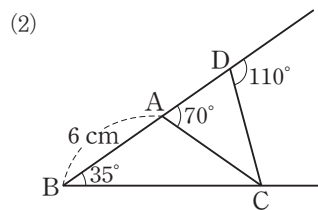
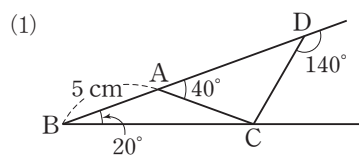
03 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.



04 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.



05 다음 그림에서 $\overline{CD}$ 의 길이를 구하시오.





03

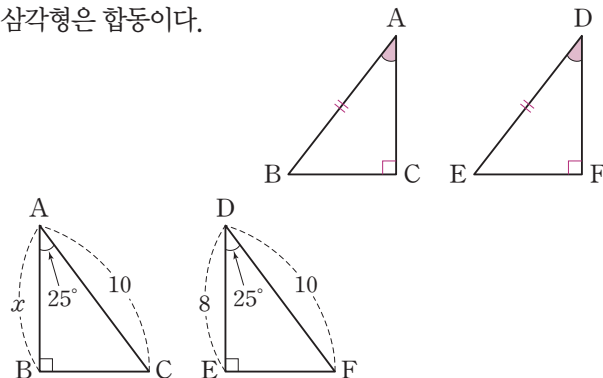
직각삼각형의 합동 조건 (1) - RHA 합동

삼각형의 성질

빗변의 길이(H)와 한 예각(A)의 크기가 각각 같은 두 직각(R)삼각형은 합동이다.

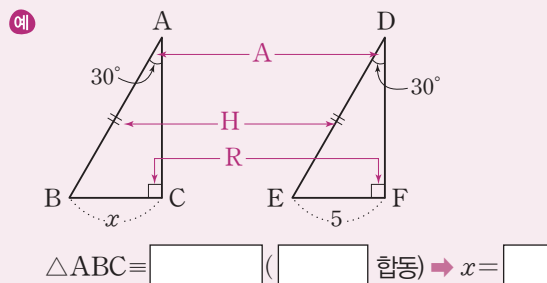
→ $\angle C = \angle F = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle A = \angle D$ 이면
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (RHA 합동)

예 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서
 $\angle B = \angle E = 90^\circ$, $\overline{AC} = \overline{DF} = 10$, $\angle A = \angle D = 25^\circ$ 이므로
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (RHA 합동)
 $\therefore x = \overline{AB} = \overline{DE} = 8$

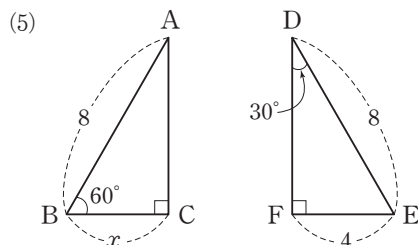
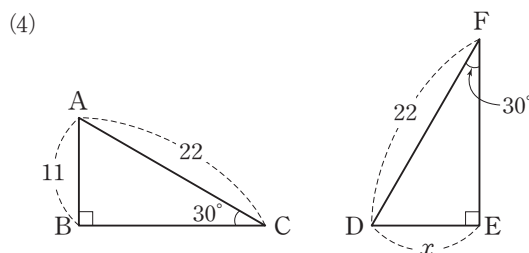
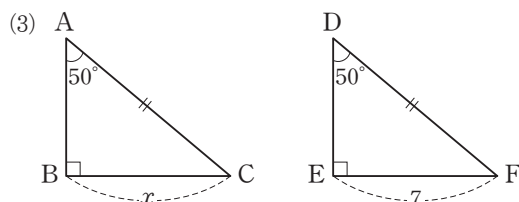
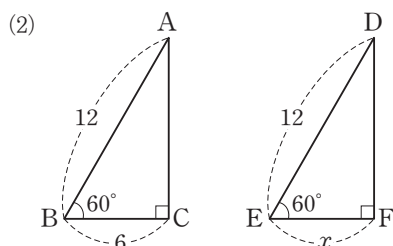
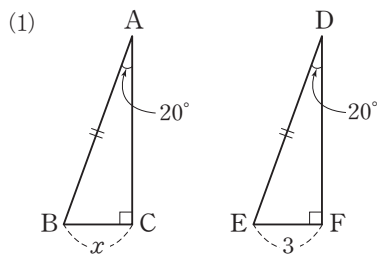


직각삼각형의 합동 조건 (1)

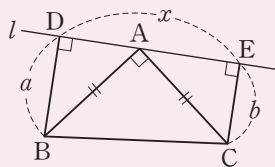
두 직각삼각형에서 의 길이와 한 의 크기가 각각
 같을 때 → 합동



01 다음 그림과 같은 두 직각삼각형에서 x 의 값을 구하시오.

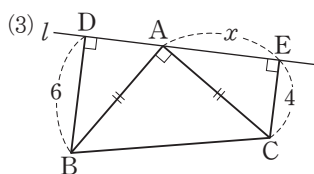
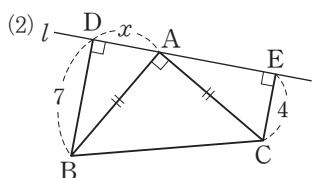
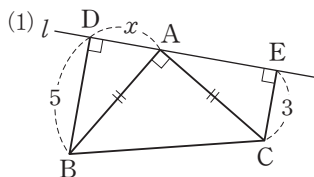


RHA 합동의 활용

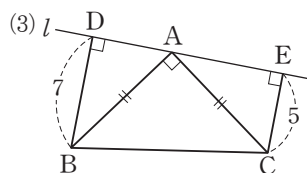
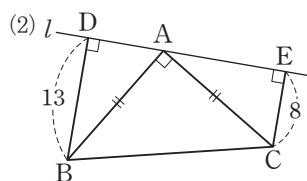
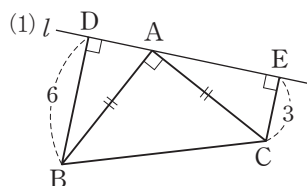


$\triangle ABC$ 가 직각이등변삼각형이고 $l \perp \overline{BD}$, $l \perp \overline{CE}$ 일 때,
 $\angle ADB = \angle CEA = \square$, $\overline{AB} = \overline{AC}$,
 $\angle DAB + \angle DBA = \angle DAB + \angle EAC = \square$ 이므로
 $\angle DBA = \square$
 $\rightarrow \triangle ABD \cong \square$ (RHA 합동)
 $\rightarrow x = \overline{DA} + \overline{AE} = \overline{EC} + \overline{BD} = \square$

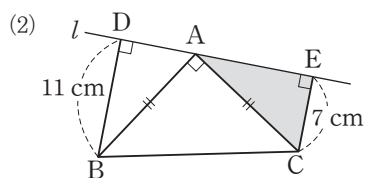
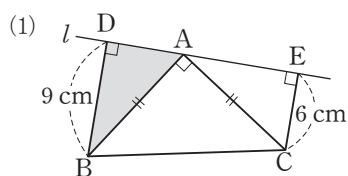
02 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 가 직각이등변삼각형일 때, x 의 값을 구하시오.



03 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 가 직각이등변삼각형일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하시오.



04 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 가 직각이등변삼각형일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.





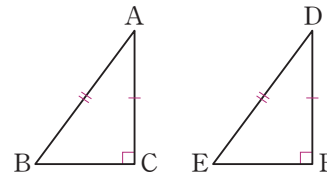
04

직각삼각형의 합동 조건 (2) - RHS 합동

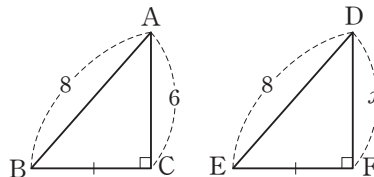
1 삼각형의 성질

빗변의 길이(H)와 다른 한 변(S)의 길이가 각각 같은 두 직각(R)삼각형은 합동이다.

→ $\angle C = \angle F = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$ 이면
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (RHS 합동)



예 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서
 $\angle C = \angle F = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{DE} = 8$, $\overline{BC} = \overline{EF}$ 이므로
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (RHS 합동)
 $\therefore x = \overline{DF} = \overline{AC} = 6$



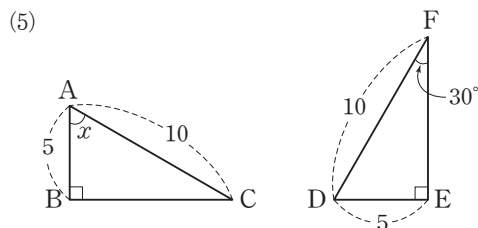
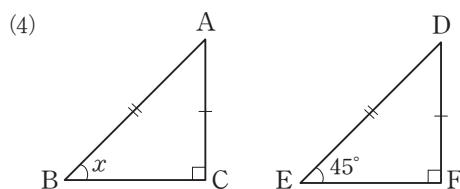
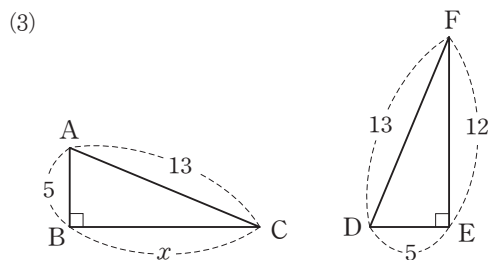
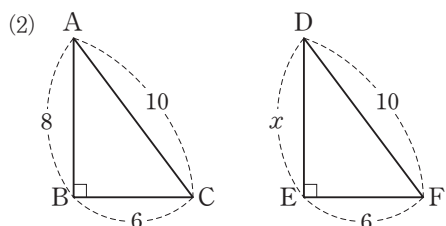
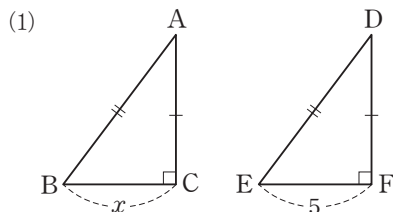
직각삼각형의 합동 조건 (2)

두 직각삼각형에서 의 길이와 다른 한 의 길이가
 각각 같을 때 → 합동

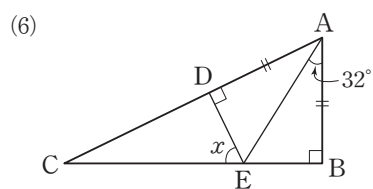
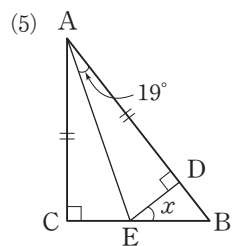
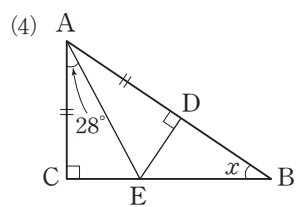
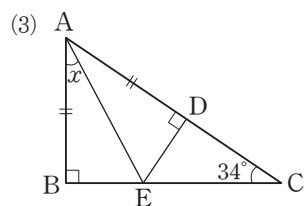
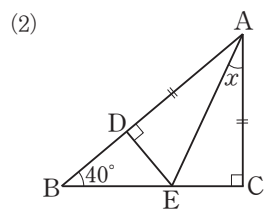
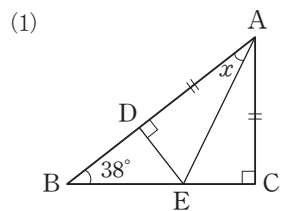
예

$\triangle ABC \cong$ (합동)
 → $\angle x =$, $y =$

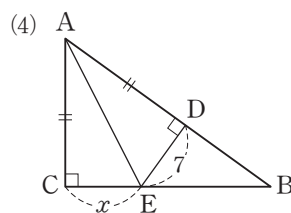
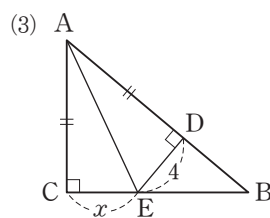
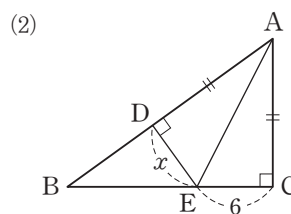
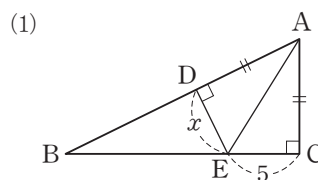
01 다음 그림과 같은 두 직각삼각형에서 x 의 값 또는 $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



02 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



03 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.





05

각의 이등분선의 성질

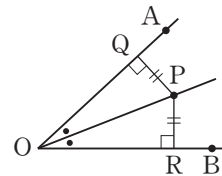
1 삼각형의 성질

(1) 각의 이등분선 위의 한 점에서 그 각을 이루는 두 변까지의 거리는 같다.

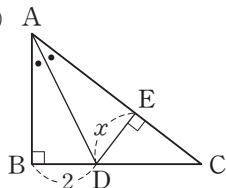
$$\rightarrow \angle AOP = \angle BOP \text{ 이면 } \overline{PQ} = \overline{PR}$$

(2) 각을 이루는 두 변에서 같은 거리에 있는 점은 그 각의 이등분선 위에 있다.

$$\rightarrow \overline{PQ} = \overline{PR} \text{ 이면 } \angle AOP = \angle BOP$$



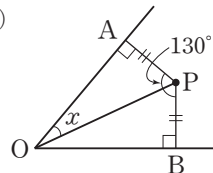
예 (1)



$\triangle ABD \cong \triangle AED$ (RHA 합동) 이므로

$$x = \angle EDA = \angle BDA = 2$$

(2)



$\triangle AOP \cong \triangle BOP$ (RHS 합동) 이므로

$$\angle OPA = \angle OPB = \frac{1}{2} \times 130^\circ = 65^\circ$$

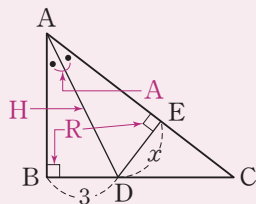
$$\therefore \angle x = 180^\circ - (90^\circ + 65^\circ) = 25^\circ$$

... 각의 이등분선의 성질 - 선분의 길이 ...

각의 이등분선 위의 한 점에서 그 각을 이루는 두 까지의

거리는 .

예



$$\triangle ABD \cong \triangle AED$$

(합동)

$$\rightarrow x = \angle \text{ } = \text{ }$$

01 다음은 $\angle AOB$ 의 이등분선 위의 한 점 P에서 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 할 때, $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 임을 증명하는 과정이다. 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

$\triangle QOP$ 와 $\triangle ROP$ 에서

$$\angle QOP = \text{ },$$

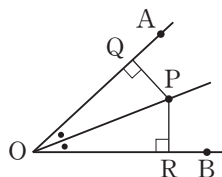
$$\angle PQO = \text{ }$$

$$= \text{ },$$

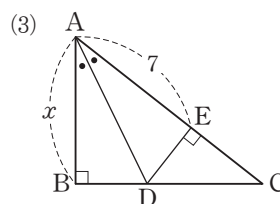
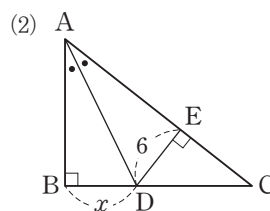
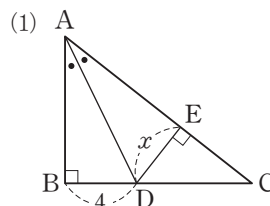
는 공통이므로

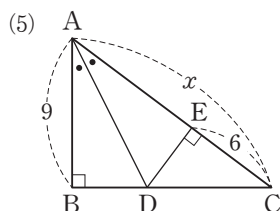
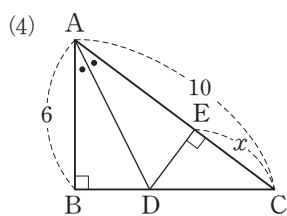
$\triangle QOP \cong \triangle ROP$ (RHA 합동)

$$\therefore \overline{PQ} = \text{ }$$



02 다음 그림에서 x의 값을 구하시오.

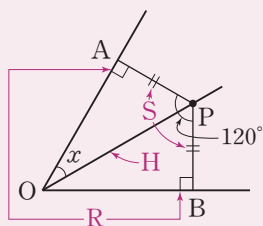




... 각의 이등분선의 성질 - 각의 크기 ...

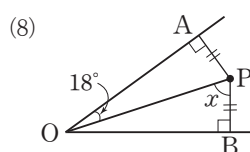
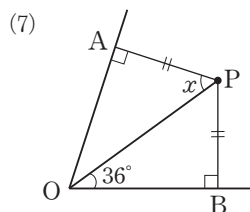
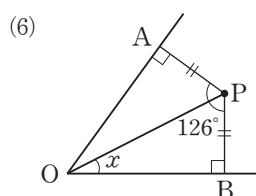
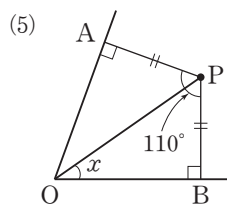
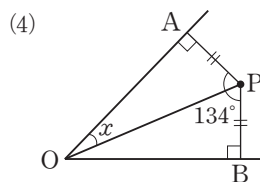
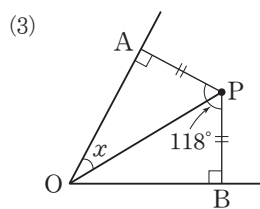
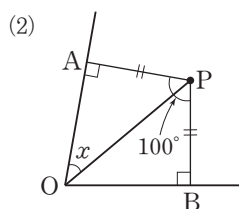
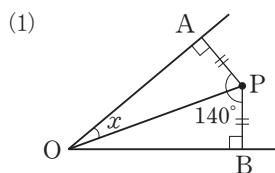
각의 두 변에서 거리에 있는 점은 그 각의 위에 있다.

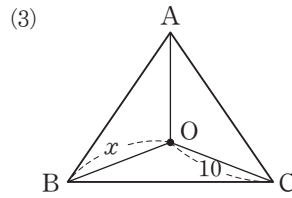
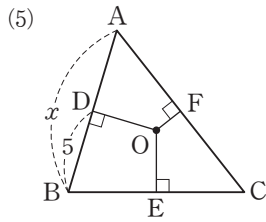
예



$\triangle AOP \cong$
 (합동)
 $\Rightarrow \angle OPA =$ 이므로
 $\angle x =$

03 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하시오.

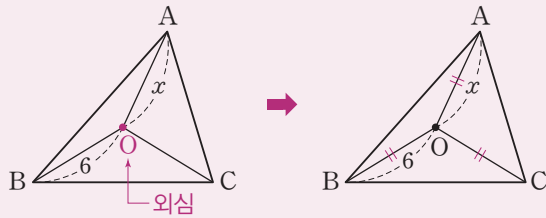




... 삼각형의 외심-선분의 길이 (2) ...

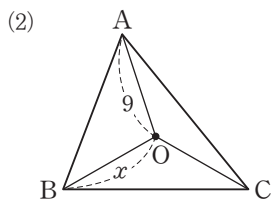
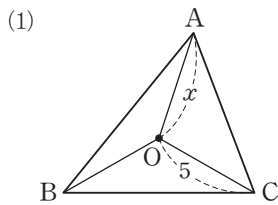
삼각형의 에서 세 에 이르는 거리는 같다.

예

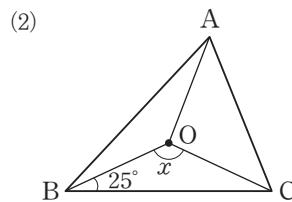
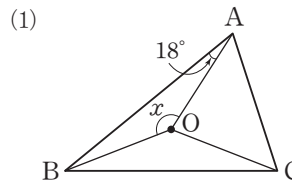


→ $\overline{OA} = \text{ } = \text{ }$ 이므로 $x = \text{ }$

03 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, x 의 값을 구하시오.



04 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



(1) 삼각형의 외심의 위치

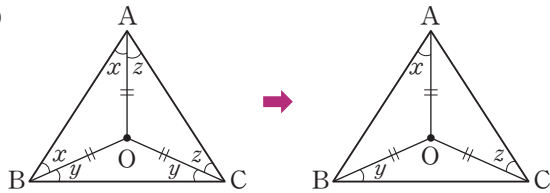
① 예각삼각형: 삼각형의 내부

② 직각삼각형: 빗변의 중점

③ 둔각삼각형: 삼각형의 외부

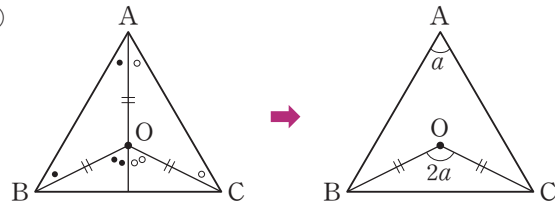
(2) 삼각형의 외심의 활용: 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때

①



$$\angle x + \angle y + \angle z = 90^\circ$$

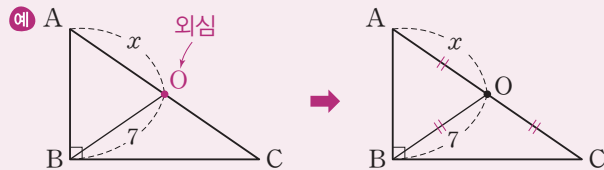
②



$$\angle BOC = 2\angle A$$

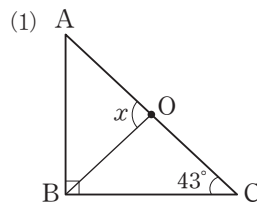
직각삼각형의 외심

직각삼각형의 외심은 빗변의 이다.

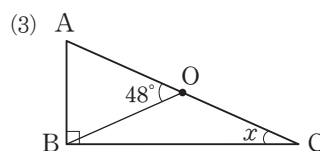
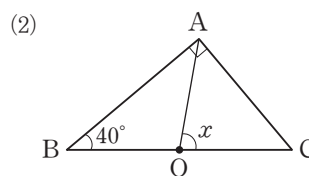
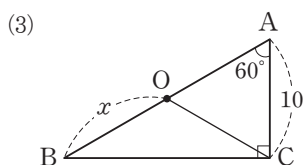
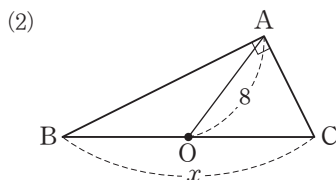
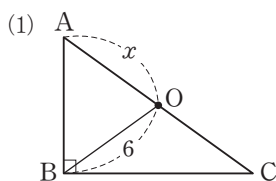


$\Rightarrow \overline{OA} = \text{ } = \text{ } \text{이므로 } x = \text{ }$

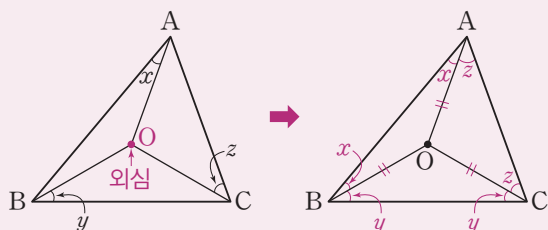
02 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



01 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, x 의 값을 구하시오.

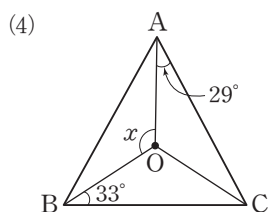
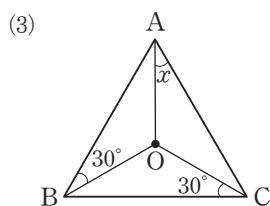
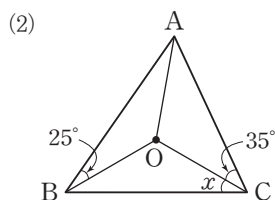
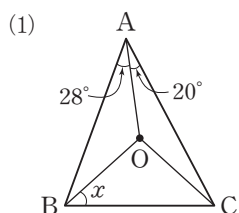


$$\angle x + \angle y + \angle z = 90^\circ$$

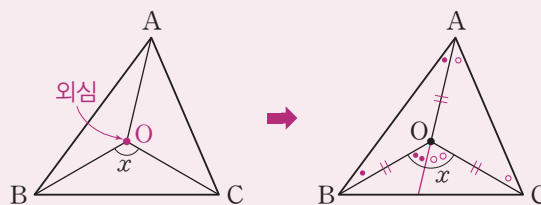


$$2\angle x + 2\angle y + 2\angle z = \boxed{} \Rightarrow \angle x + \angle y + \angle z = \boxed{}$$

03 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.

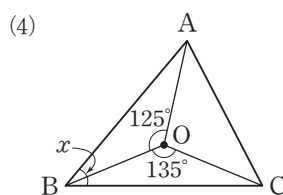
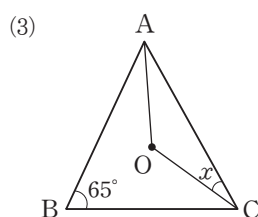
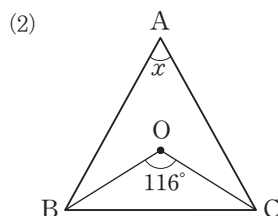
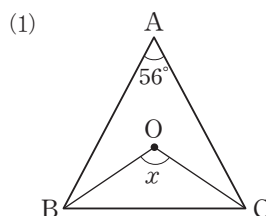


$$\angle BOC = 2\angle A$$



$$\Rightarrow \angle x = 2(\angle OAB + \angle OAC) = \boxed{}$$

04 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



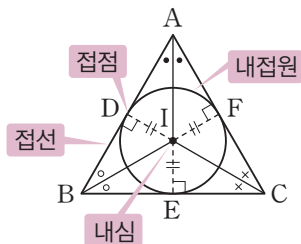


08

삼각형의 내심

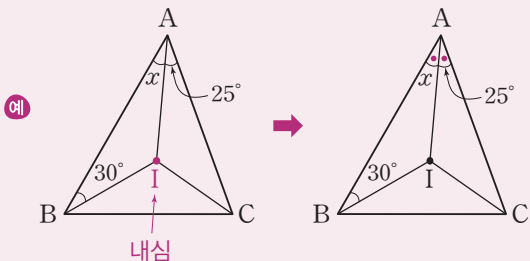
1 삼각형의 성질

- (1) 원의 접선과 접점: 어떤 원과 직선이 한 점에서 만날 때, 직선이 원에 접한다고 한다.
이때 원에 접하는 직선을 접선이라 하고, 원과 접선이 만나는 점을 접점이라 한다.
참고 원의 접선은 접점을 지나는 반지름에 수직이다.
- (2) 내접원과 내심: 원 I가 $\triangle ABC$ 의 세 변에 모두 접할 때, 원 I는 $\triangle ABC$ 에 내접한다고 한다. 이때 원 I를 $\triangle ABC$ 의 내접원이라 하며, 내접원의 중심 I를 $\triangle ABC$ 의 내심이라 한다.
- (3) 삼각형의 내심의 성질
 - ① 삼각형의 세 내각의 이등분선은 한 점(내심)에서 만난다.
 - ② 삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.
→ $ID = IE = IF$ (내접원의 반지름의 길이)



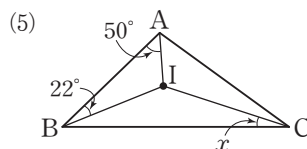
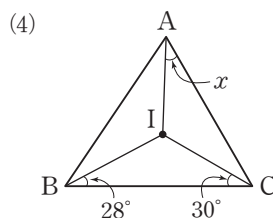
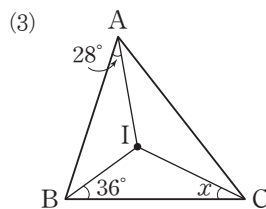
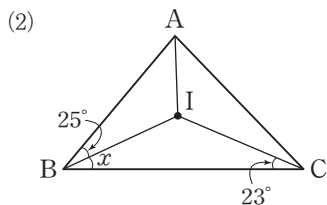
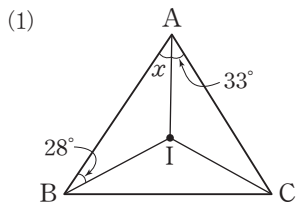
삼각형의 내심-각의 크기

삼각형의 내심은 세 의 이등분선의 이다.

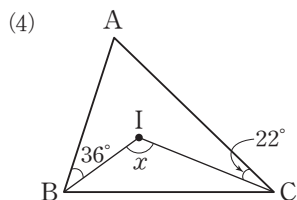
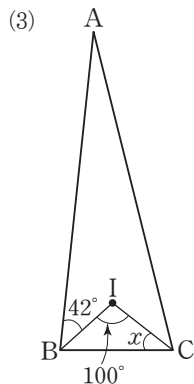
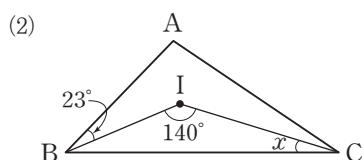
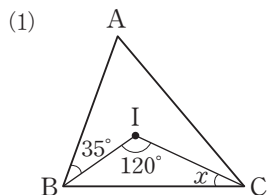


→ $\angle IAB = \text{ }^\circ$ 이므로 $\angle x = \text{ }^\circ$

01 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



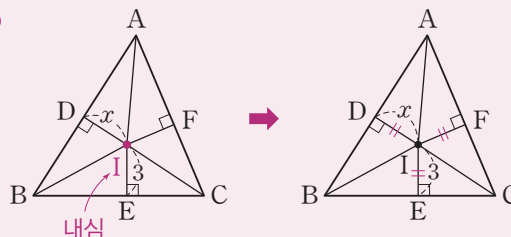
02 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



... 삼각형의 내심 - 선분의 길이 ...

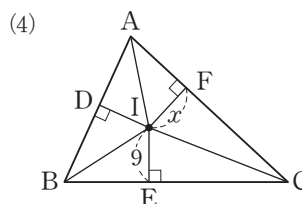
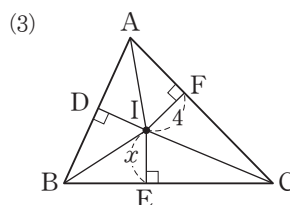
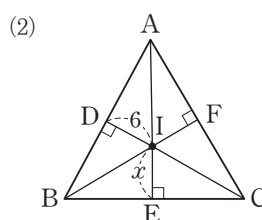
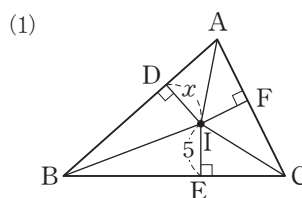
삼각형의 에서 세 에 이르는 거리는 같다.

예



$ID = \text{ } = \text{ } \text{이므로 } x = \text{ }$

03 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, x 의 값을 구하시오.





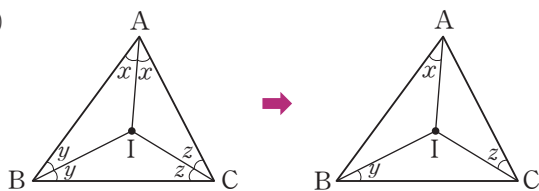
09

삼각형의 내심의 응용

1 삼각형의 성질

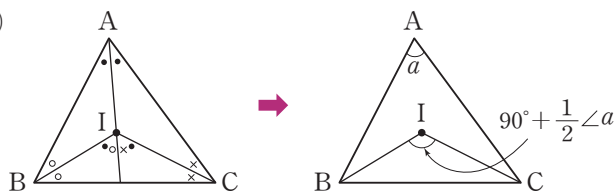
점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때

(1)



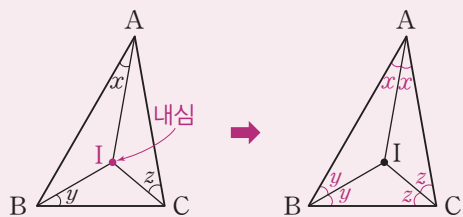
$$\angle x + \angle y + \angle z = 90^\circ$$

(2)



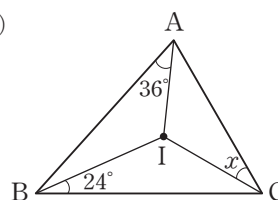
$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$$

$$\angle x + \angle y + \angle z = 90^\circ$$

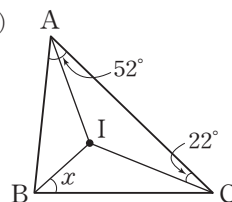


$$2\angle x + 2\angle y + 2\angle z = \square \Rightarrow \angle x + \angle y + \angle z = \square$$

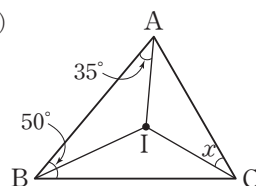
(3)



(4)

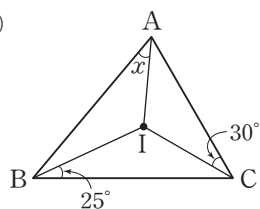


(5)

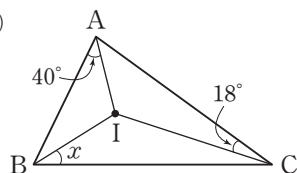


01 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.

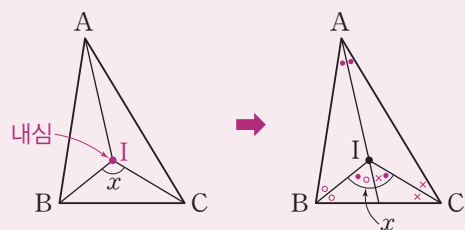
(1)



(2)

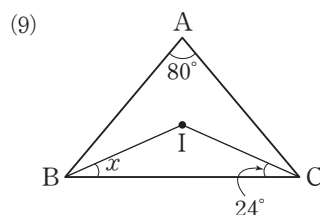
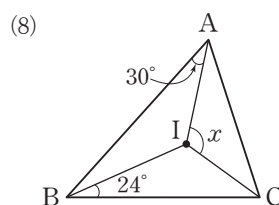
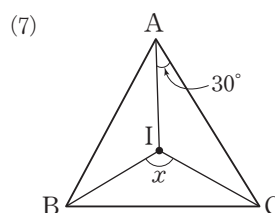
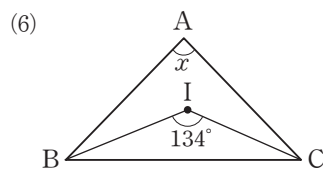
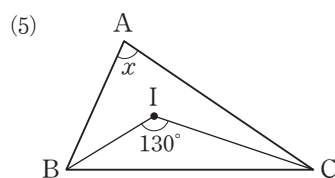
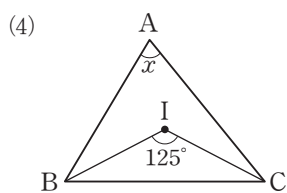
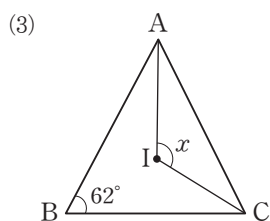
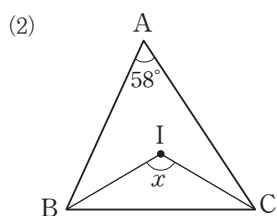
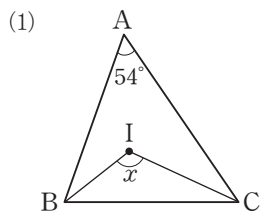


$$\dots \circ \quad \angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A \quad \circ \dots$$



$$\angle BIC = (\bullet + \circ + \times) + \bullet \Rightarrow \angle x = 90^\circ + \boxed{}$$

02 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.





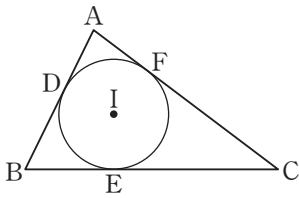
개념 10

삼각형의 내심과 접선, 내접원

1 삼각형의 성질

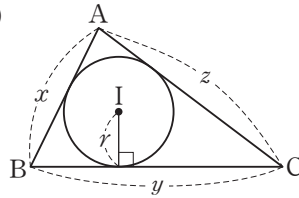
점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때

(1)



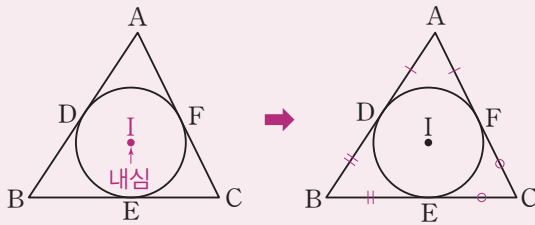
$$\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BD} = \overline{BE}, \overline{CE} = \overline{CF}$$

(2)



$$\triangle ABC = \frac{1}{2}r(x+y+z)$$

접선의 길이

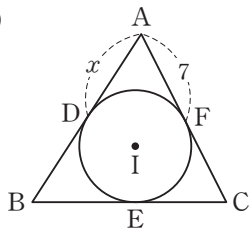


점 I가 ABC의 내심

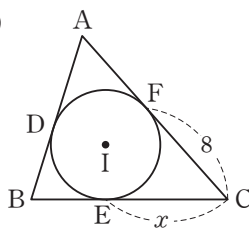
$$\rightarrow \overline{AD} = \square, \overline{BD} = \square, \overline{CE} = \square$$

01 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 세 점 D, E, F는 접점일 때, x의 값을 구하시오.

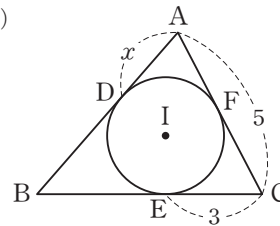
(1)



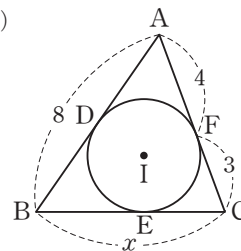
(2)



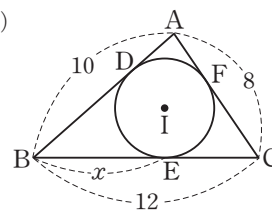
(3)



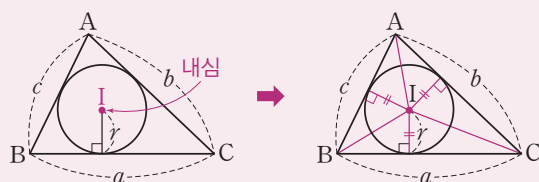
(4)



(5)



... 삼각형의 내접원의 반지름의 길이

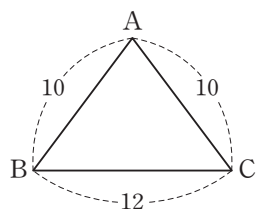


$$\triangle ABC = \triangle IBC + \triangle ICA + \triangle IAB =$$

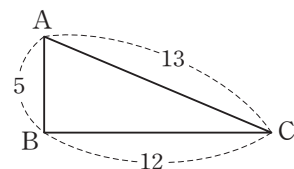


02 $\triangle ABC$ 의 넓이와 세 변의 길이가 다음과 같이 주어질 때, $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 구하시오.

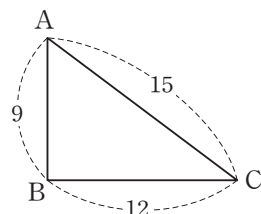
(1) $\triangle ABC = 48$



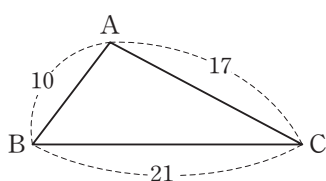
(2) $\triangle ABC = 30$



(3) $\triangle ABC = 54$

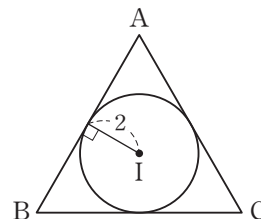


(4) $\triangle ABC = 84$

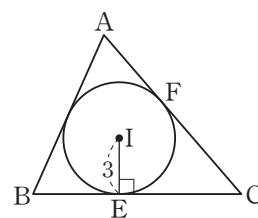


03 $\triangle ABC$ 의 넓이와 내접원의 반지름의 길이가 다음과 같이 주어질 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하시오.

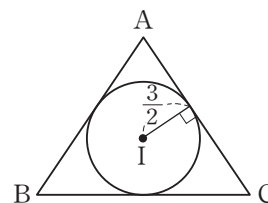
(1) $\triangle ABC = 15$



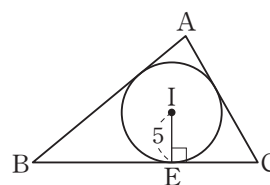
(2) $\triangle ABC = 72$



(3) $\triangle ABC = 12$



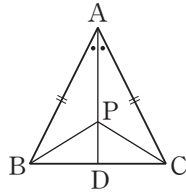
(4) $\triangle ABC = 135$





내신 도전

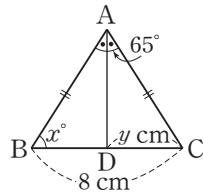
- 01** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D라 하고, $\overline{AD}$ 위의 임의의 한 점을 P라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?



(정답 2개)

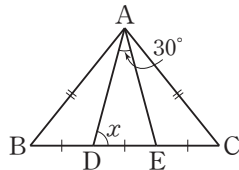
- ① $\overline{AP} = \overline{BP}$ ② $\overline{PB} = \overline{PC}$
 ③ $\overline{BD} = \overline{CD}$ ④ $\angle PAB = \angle PBA$
 ⑤ $\angle PDB = \angle PDC$

- 02** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. $\angle A = 65^\circ$, $\overline{BC} = 8$ cm일 때, $x + y$ 의 값은?

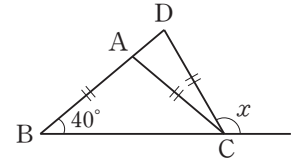


- ① 59.5 ② 60 ③ 61.5
 ④ 62 ⑤ 63.5

- 03** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC}$ 이다. $\angle DAE = 30^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.

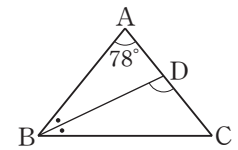


- 04** 오른쪽 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{DC}$ 이고 $\angle B = 40^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

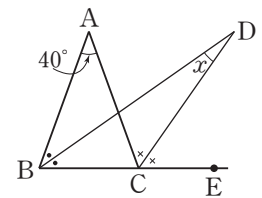


- ① 115° ② 120° ③ 125°
 ④ 130° ⑤ 135°

- 05** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{AC}$ 의 교점을 D라 하자. $\angle A = 78^\circ$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기를 구하시오.

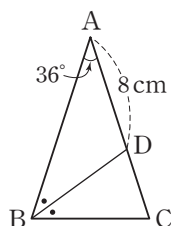


- 06** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 D라 하자. $\angle A = 40^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 20° ② 21° ③ 22°
 ④ 23° ⑤ 24°

- 07** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}$ 가 $\angle B$ 의 이등분선일 때, 다음은 $\overline{BC}$ 의 길이를 구하는 과정이다. ①~⑤ 중 옳지 않은 것은?



(i) $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다.

$$\angle ABC = \angle ACB = \boxed{\text{①}}$$

이때 $\angle ABD = 36^\circ$ 이므로 $\triangle DAB$ 는 이등변삼각형이다.

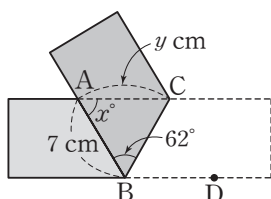
$$\therefore \overline{BD} = \boxed{\text{②}} = 8 \text{ cm}$$

(ii) $\angle BDC = \boxed{\text{③}}$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다.

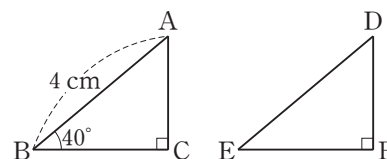
$$\therefore \overline{BC} = \boxed{\text{④}} = \boxed{\text{⑤}} \text{ cm}$$

- ① 72° ② $\overline{AD}$ ③ 36°
④ $\overline{BD}$ ⑤ 8

- 08** 다음 그림과 같이 직사각형 모양의 종이를 접었을 때, $x + y$ 의 값을 구하시오.

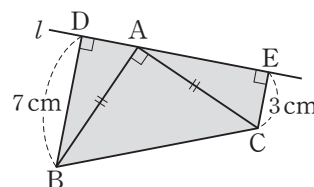


- 09** 아래 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC와 $\angle F = 90^\circ$ 인 직각삼각형 DEF가 있다. 다음 중 두 삼각형이 합동이 되는 조건이 아닌 것은?



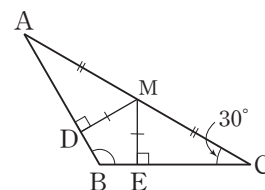
- ① $\overline{AC} = \overline{DF}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$
② $\overline{DE} = 4 \text{ cm}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$
③ $\overline{DE} = 4 \text{ cm}$, $\angle D = 50^\circ$
④ $\overline{DE} = 4 \text{ cm}$, $\angle E = 40^\circ$
⑤ $\overline{EF} = 4 \text{ cm}$, $\angle E = 40^\circ$

- 10** 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 가 직각이등변삼각형일 때, $\square DBCE$ 의 넓이는?



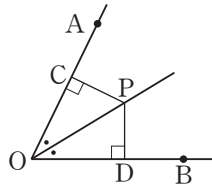
- ① 25 cm^2 ② 50 cm^2 ③ 75 cm^2
④ 100 cm^2 ⑤ 200 cm^2

- 11** 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC}$ 의 중점을 M이라 하고 점 M에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하자. $\overline{DM} = \overline{EM}$, $\angle C = 30^\circ$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하시오.



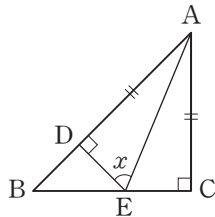


- 12 오른쪽 그림에서
 $\angle PCO = \angle PDO = 90^\circ$ 이고,
 $\angle AOP = \angle BOP$ 일 때, 다음 중
 옳지 않은 것은?



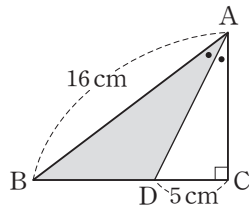
- ① $\overline{OC} = \overline{OD}$
 ② $\angle CPO = \angle DPO$
 ③ $\overline{PC} = \overline{PD}$
 ④ $\angle COD = \angle CPD$
 ⑤ $\triangle COP = \triangle DOP$

- 13 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$ 는
 $\angle C = 90^\circ$, $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이
 등변삼각형이다. $\overline{AC} = \overline{AD}$ 일 때,
 $\angle x$ 의 크기는?



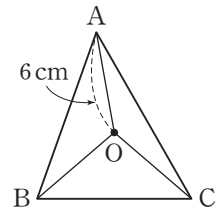
- ① 67.5° ② 68°
 ③ 68.5° ④ 69°
 ⑤ 69.5°

- 14 오른쪽 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$
 인 직각삼각형 ABC에서
 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.
 $\overline{AB} = 16 \text{ cm}$, $\overline{CD} = 5 \text{ cm}$ 일
 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?



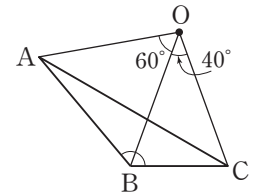
- ① 20 cm^2 ② 30 cm^2 ③ 40 cm^2
 ④ 60 cm^2 ⑤ 80 cm^2

- 15 오른쪽 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의
 외심이고 $\overline{OA} = 6 \text{ cm}$ 일 때,
 $\triangle ABC$ 의 외접원의 넓이는?

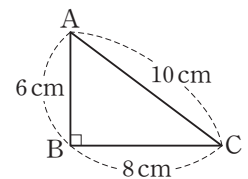


- ① $12\pi \text{ cm}^2$ ② $18\pi \text{ cm}^2$
 ③ $24\pi \text{ cm}^2$ ④ $30\pi \text{ cm}^2$
 ⑤ $36\pi \text{ cm}^2$

- 16 오른쪽 그림에서 점 O는
 $\triangle ABC$ 의 외심이고
 $\angle AOB = 60^\circ$, $\angle BOC = 40^\circ$
 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하
 시오.

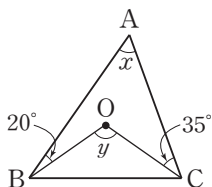


- 17 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형
 ABC에서 외접원의 넓이는?



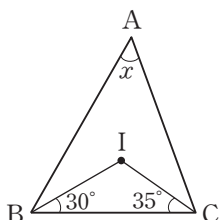
- ① $9\pi \text{ cm}^2$ ② $16\pi \text{ cm}^2$
 ③ $25\pi \text{ cm}^2$ ④ $36\pi \text{ cm}^2$
 ⑤ $64\pi \text{ cm}^2$

- 18 오른쪽 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, $\angle ABO = 20^\circ$, $\angle ACO = 35^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하시오.

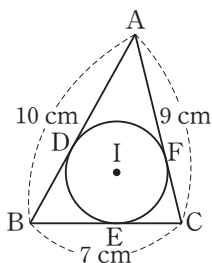


- 19 오른쪽 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\angle IBC = 30^\circ$, $\angle ICB = 35^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

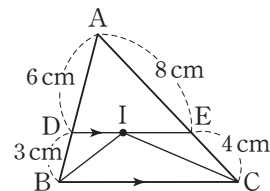
- ① 40° ② 42°
 ③ 45° ④ 48°
 ⑤ 50°



- 20 오른쪽 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F는 각각 내접원과 세 변의 접점이다. $\overline{AB} = 10$ cm, $\overline{BC} = 7$ cm, $\overline{AC} = 9$ cm일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하시오.

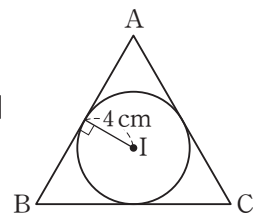


- 21 오른쪽 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하시오.

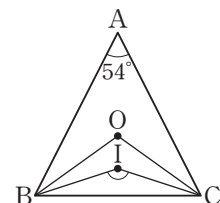


- 22 오른쪽 그림에서 원 I는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 $\triangle ABC$ 의 넓이가 80 cm^2 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?

- ① 39 cm ② 40 cm
 ③ 41 cm ④ 42 cm
 ⑤ 43 cm



- 23 오른쪽 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle A = 54^\circ$ 일 때, $\angle BIC$ 의 크기를 구하시오.





11

평행사변형의 성질

2 사각형의 성질

(1) 평행사변형: 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형 $\rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{DC}, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$

(2) 평행사변형의 성질

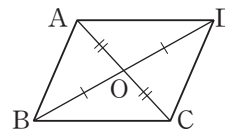
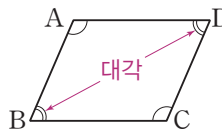
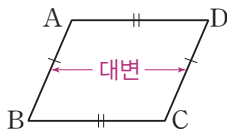
① 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

$$\rightarrow \overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \overline{BC}$$

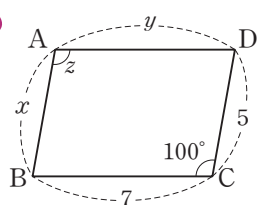
② 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.

$$\rightarrow \angle A = \angle C, \angle B = \angle D$$

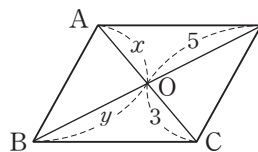
③ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다. $\rightarrow \overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{DO}$



예



□ABCD가 평행사변형일 때,
 $\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로
 $x = 5, y = 7$
 $\angle A = \angle C$ 이므로
 $\angle z = \angle 100^\circ$

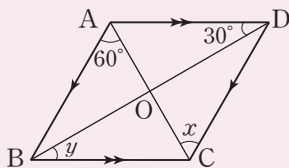


□ABCD가 평행사변형
 일 때, $\overline{AO} = \overline{CO},$
 $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이므로
 $x = 3, y = 5$

평행사변형의 뜻

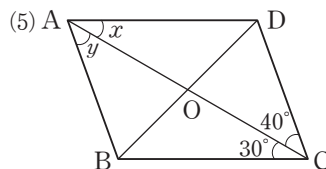
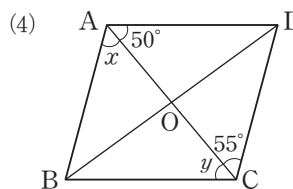
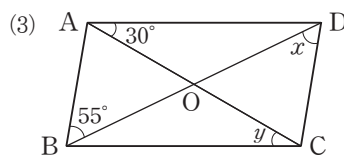
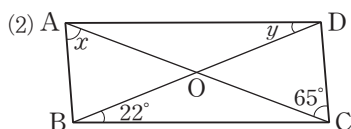
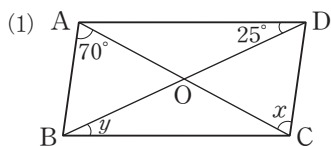
□: 두 쌍의 □이 각각 □한 사각형

예



$\rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{DC},$
 $\overline{AD} \parallel \square$ 이면
 $\angle x = \square,$
 $\angle y = \square$

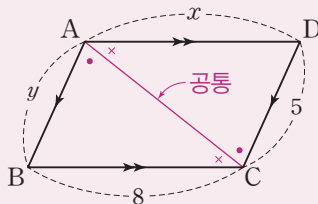
01 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형일 때, $\angle x,$
 $\angle y$ 의 크기를 각각 구하시오.
 (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



평행사변형의 성질 - 대변

두 쌍의 의 길이는 각각 .

예

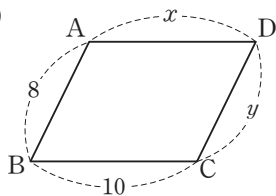


→ $\triangle ABC \equiv$ (ASA 합동)이므로

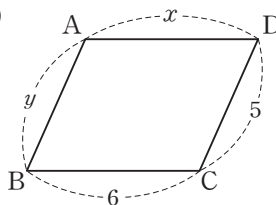
$$\overline{AD} = \text{}, \overline{AB} = \text{} \quad \therefore x = \text{, } y = \text{$$

02 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 x, y 의 값을 각각 구하시오.

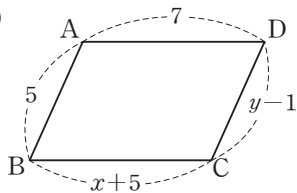
(1)



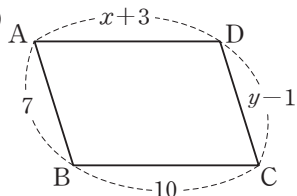
(2)



(3)



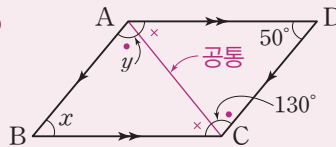
(4)



평행사변형의 성질 - 대각

두 쌍의 의 크기는 각각 .

예

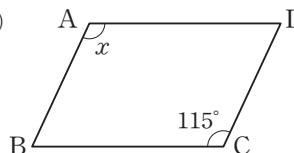


→ $\triangle ABC \equiv$ (ASA 합동)이므로

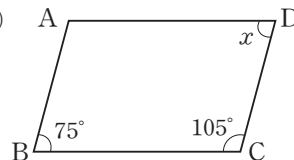
$$\angle x = \text{, } \angle y = \text{$$

03 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle x$ 의 크기를 구하시오.

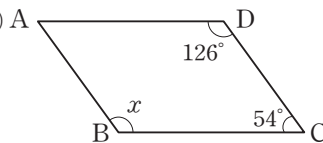
(1)



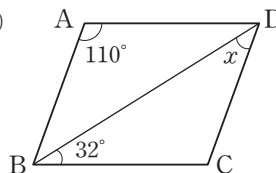
(2)



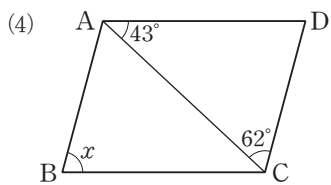
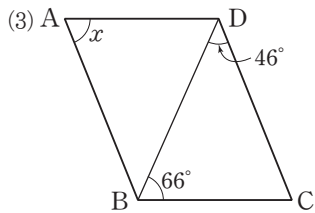
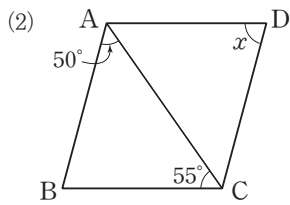
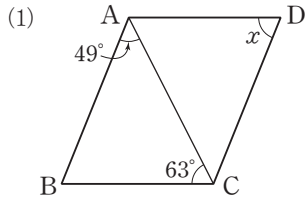
(3)



(4)

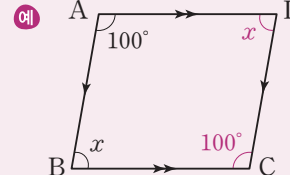


04 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



... **평행사변형의 성질** - 이웃하는 두 내각의 크기의 합

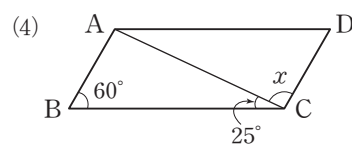
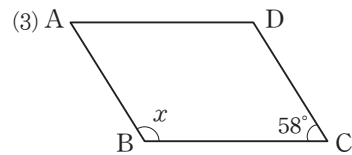
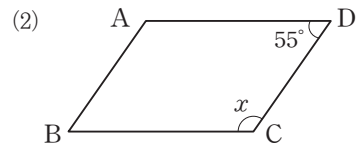
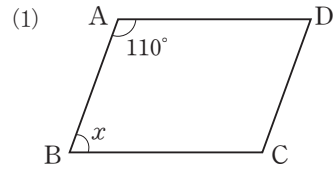
이웃하는 두 의 크기의 합은 이다.

예 

→ $2(\angle x + 100^\circ) = \text{}$ 이므로

$\angle x + 100^\circ = \text{}$ $\therefore \angle x = \text{}$

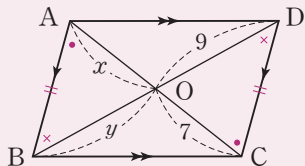
05 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



평행사변형의 성질—두 대각선

두 은 서로 다른 것을 한다.

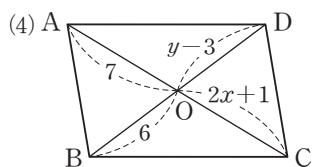
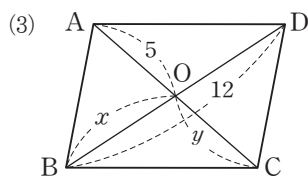
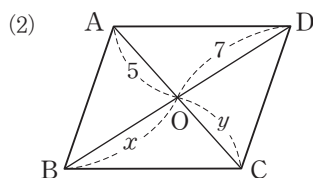
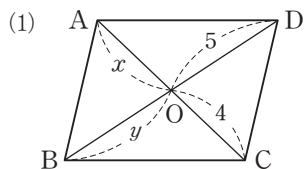
예



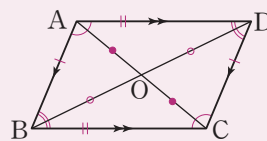
→ $\triangle AOB \cong$ (ASA 합동)이므로

$$\overline{AO} = \text{}, \overline{BO} = \text{} \quad \therefore x = \text{, } y = \text{$$

06 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 x, y 의 값을 각각 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



평행사변형의 종합

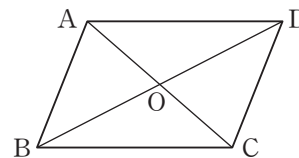


① $\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} =$

② $\angle A = \angle C, \angle B =$

③ $\overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} =$

07 오른쪽 그림의 $\square ABCD$ 는 평행사변형이고, 점 O는 두 대각선의 교점이다. 다음 중 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표 하시오.



(1) $\overline{AD} = \overline{BC}$ ()

(2) $\overline{AB} = \overline{AD}$ ()

(3) $\angle A = \angle C$ ()

(4) $\angle A + \angle C = 180^\circ$ ()

(5) $\angle B + \angle C = 180^\circ$ ()

(6) $\overline{AO} = \overline{CO}$ ()

(7) $\overline{AO} = \overline{BO}$ ()

(8) $\triangle AOB \cong \triangle COD$ ()



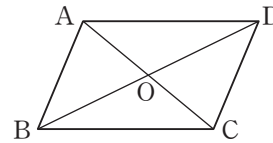
12

평행사변형이 되는 조건

2 사각형의 성질

사각형이 다음의 어느 한 조건을 만족시키면 평행사변형이 된다.

- (1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다. $\rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{DC}, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$
- (2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다. $\rightarrow \overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \overline{BC}$
- (3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다. $\rightarrow \angle A = \angle C, \angle B = \angle D$
- (4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다. $\rightarrow \overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{DO}$
- (5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다. $\rightarrow \overline{AD} \parallel \overline{BC}, \overline{AD} = \overline{BC}$ (또는 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}, \overline{AB} = \overline{DC}$)



평행사변형이 되는 조건 (1)

□ABCD에서 두 쌍의 이 각각 하면 □ABCD

는 이다.

$\rightarrow \overline{AB} \parallel$, $\overline{AD} \parallel$

평행사변형이 되는 조건 (2)

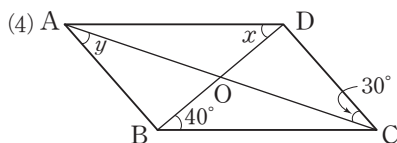
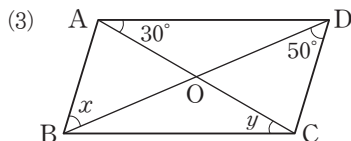
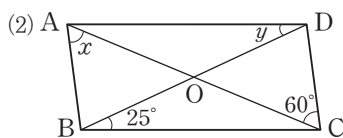
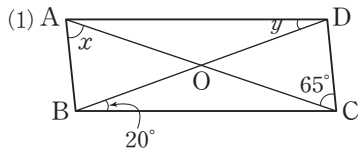
□ABCD에서 두 쌍의 가 각각 같으면 □ABCD

는 평행사변형이다.

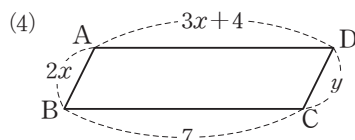
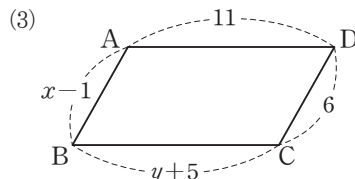
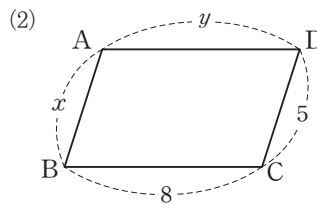
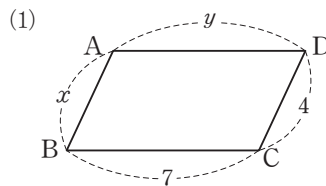
$\rightarrow \overline{AB} =$, $\overline{AD} =$

01 다음 그림에서 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 $\angle x, \angle y$ 의 크기를 각각 구하시오.

(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



02 다음 그림에서 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y 의 값을 각각 구하시오.

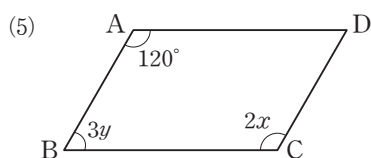
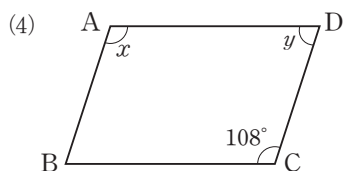
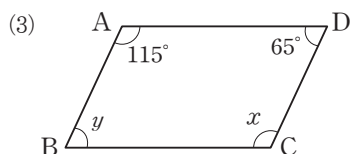
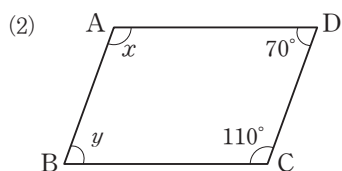
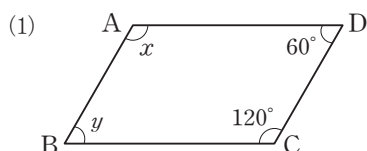


..... **평행사변형이 되는 조건 (3)**

□ABCD에서 두 쌍의 가 각각 같으면 □ABCD
는 평행사변형이다.

→ $\angle A = \square$, $\angle B = \square$

03 다음 그림에서 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 각각 구하시오.



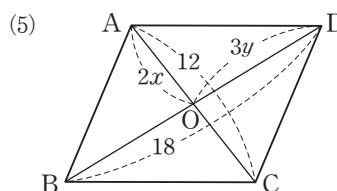
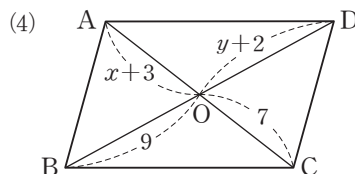
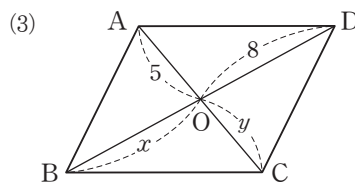
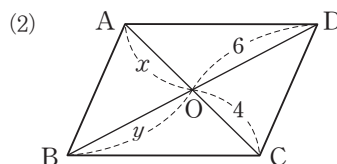
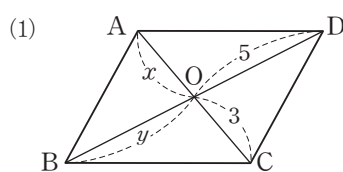
..... **평행사변형이 되는 조건 (4)**

□ABCD에서 두 대각선이 서로 다른 것을 하면
□ABCD는 평행사변형이다.

→ $\overline{AO} = \square$, $\overline{BO} = \square$

04 다음 그림에서 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x , y 의 값을 각각 구하시오.

(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



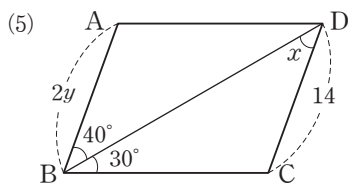
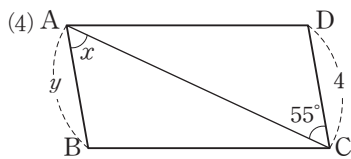
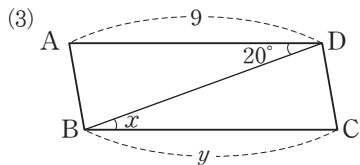
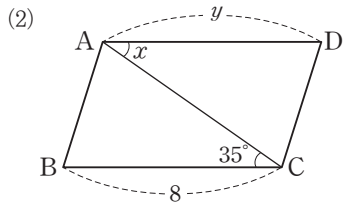
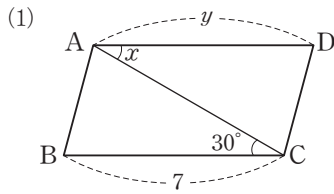
..... **평행사변형이 되는 조건 (5)**

□ABCD에서 한 쌍의 대변이 하고, 그 길이가 같으면

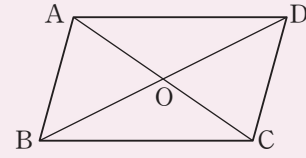
□ABCD는 평행사변형이다.

→ $\overline{AD} \parallel$, $\overline{AD} =$

05 다음 그림에서 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 $\angle x$ 의 크기와 y 의 값을 각각 구하시오.



..... **평행사변형이 되는 조건의 종합**

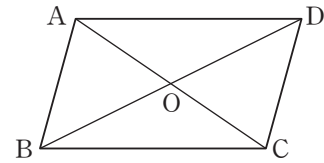


① $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel$ ② $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} =$

③ $\angle A =$, $\angle B = \angle D$ ④ $\overline{AO} = \overline{CO}$, $= \overline{DO}$

⑤ $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AD} =$ 또는 $\overline{AB} \parallel$, $\overline{AB} = \overline{DC}$

06 아래 그림의 □ABCD가 다음 조건을 각각 만족시킬 때, 평행사변형인 것은 ○표, 평행사변형이 아닌 것은 ×표 하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



(1) $\overline{AB} = 4$, $\overline{DC} = 4$, $\overline{AD} = 5$, $\overline{BC} = 5$ ()

(2) $\overline{AO} = 6$, $\overline{BO} = 6$, $\overline{CO} = 9$, $\overline{DO} = 9$ ()

(3) $\angle A = 125^\circ$, $\angle B = 55^\circ$, $\angle D = 55^\circ$ ()

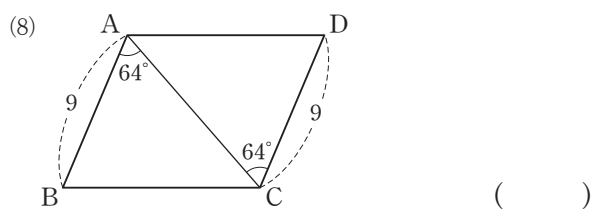
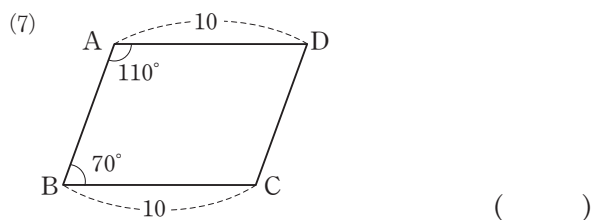
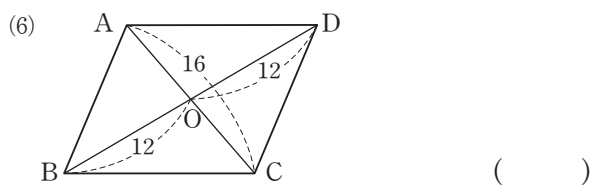
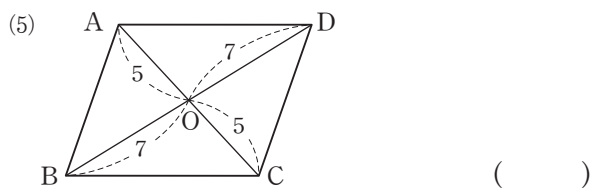
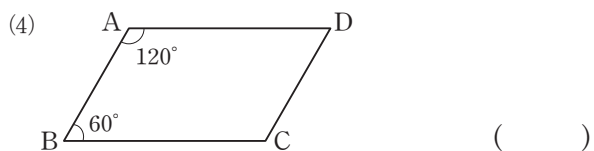
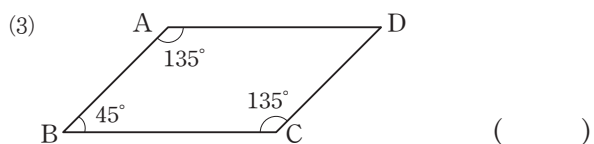
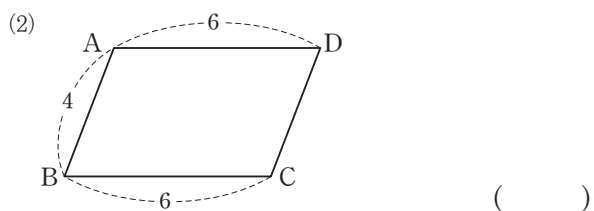
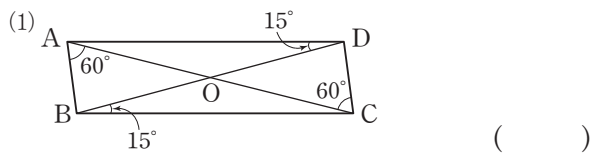
(4) $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AB} = 7$, $\overline{DC} = 7$ ()

(5) $\angle ACB = \angle CAD = 20^\circ$,
 $\angle ABD = \angle BDC = 60^\circ$ ()

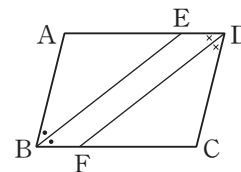
(6) $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AB} = 10$, $\overline{DC} = 10$ ()

07 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형인 것은 ○표, 평행사변형이 아닌 것은 ×표 하시오.

(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



08 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.



(1) $\overline{BE} = \square$

(2) $\overline{BF} = \square$

(3) $\angle BED = \square$



13

평행사변형과 넓이

2 사각형의 성질

(1) 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서

$$\textcircled{1} \triangle ABC = \triangle BCD = \triangle CDA = \triangle DAB = \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$\textcircled{2} \triangle ABO = \triangle BCO = \triangle CDO = \triangle DAO = \frac{1}{4} \square ABCD$$

예 위 그림의 평행사변형 ABCD의 넓이가 24일 때,

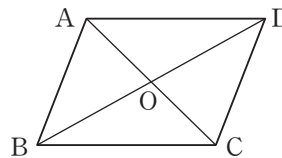
$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 24 = 12, \triangle CDO = \frac{1}{4} \times 24 = 6$$

(2) 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡을 때,

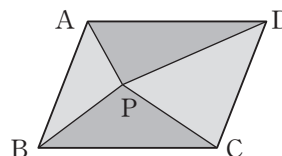
$$\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PDA + \triangle PBC = \frac{1}{2} \square ABCD$$

예 오른쪽 그림의 평행사변형 ABCD의 넓이가 30일 때,

$$\triangle PAB + \triangle PCD = \frac{1}{2} \times 30 = 15$$

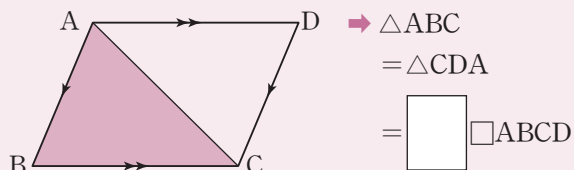


참고 평행사변형 ABCD에서 다음이 성립한다.
 $\triangle ABO \equiv \triangle CDO, \triangle BCO \equiv \triangle DAO$



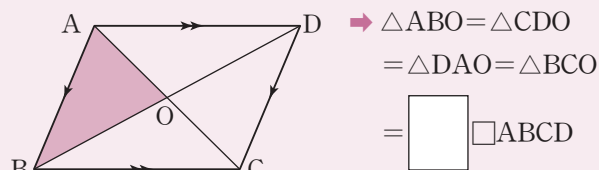
평행사변형과 넓이—한 대각선

평행사변형의 넓이는 한 에 의해 이등분된다.

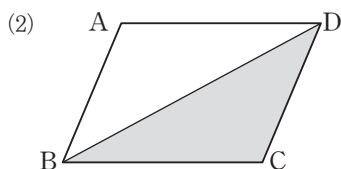
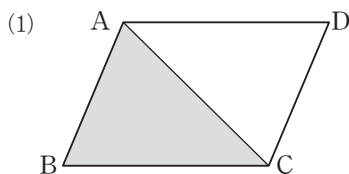


평행사변형과 넓이—두 대각선

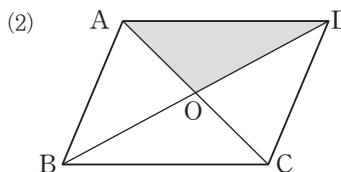
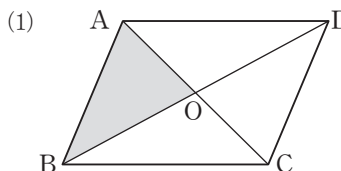
평행사변형의 넓이는 두 에 의하여 사등분된다.



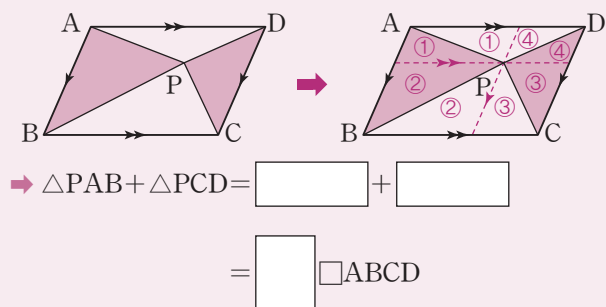
01 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 넓이가 36 cm^2 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



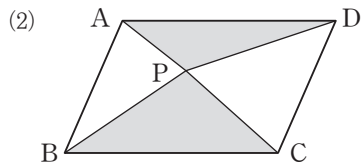
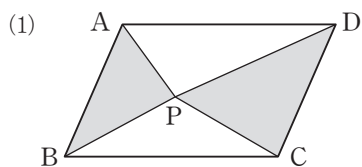
02 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 넓이가 48 cm^2 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.
 (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



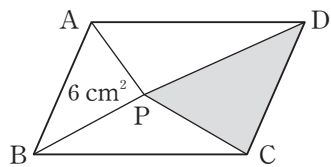
... 평행사변형과 넓이 - 내부의 한 점 ...



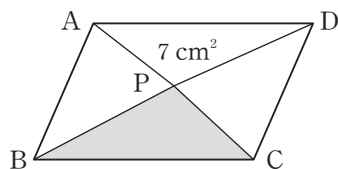
03 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 넓이가 32 cm^2 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



(3) $\triangle ABP = 6 \text{ cm}^2$

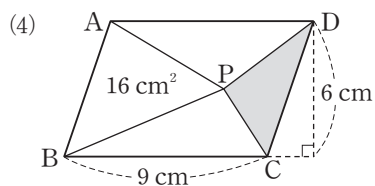
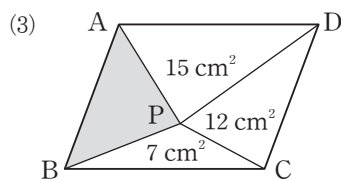
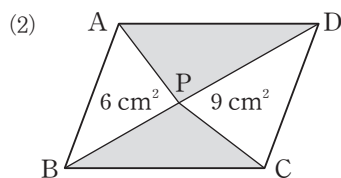
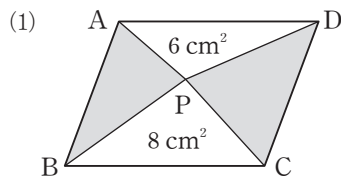


(4) $\triangle APD = 7 \text{ cm}^2$



04 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.

(단, 삼각형 안의 수는 그 삼각형의 넓이다.)





14

직사각형

2 사각형의 성질

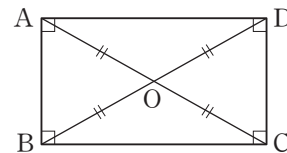
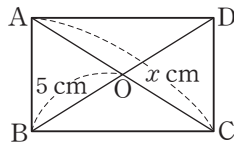
(1) 직사각형: 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형

$$\rightarrow \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$$

(2) 직사각형의 성질: 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.

$$\rightarrow \overline{AC} = \overline{BD}, \overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$$

예 오른쪽 그림에서 $\square ABCD$ 가 직사각형일 때,
 $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이므로 $\overline{DO} = 5 \text{ cm}$ 이고,
 $\overline{BD} = \overline{AC} = x \text{ cm}$ 이므로 $x = 2 \times 5 = 10(\text{cm})$



참고 직사각형은 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.

(3) 평행사변형이 직사각형이 되는 조건

① 한 내각이 직각이다. $\rightarrow$ 평행사변형 ABCD에서 $\angle A = 90^\circ$

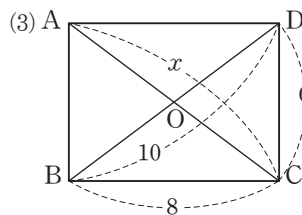
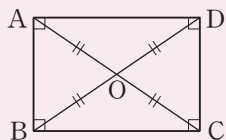
② 두 대각선의 길이가 같다. $\rightarrow$ 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AC} = \overline{BD}$

직사각형의 성질

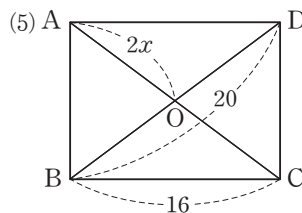
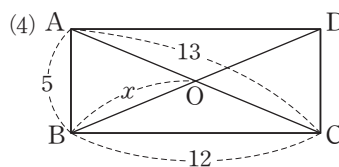
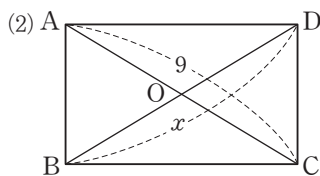
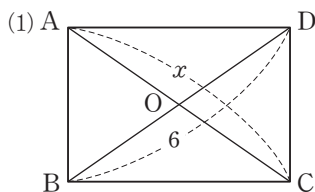
두 은 길이가 , 서로 다른 것을 한다.

$$\rightarrow \overline{AC} = \text{$$

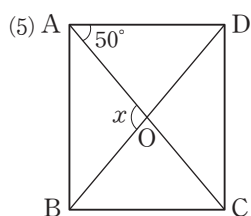
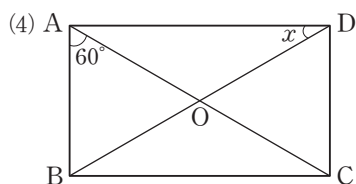
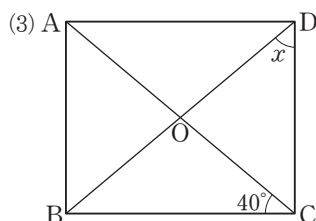
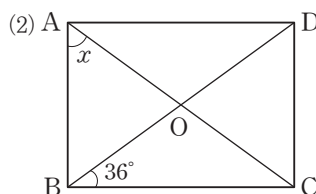
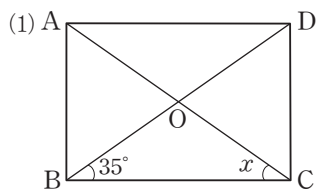
$$\overline{AO} = \overline{BO} = \text{} = \text{$$



01 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 x 의 값을 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



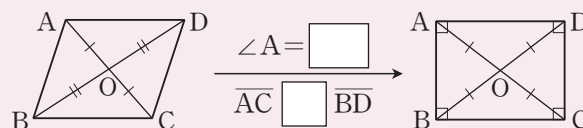
02 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\angle x$ 의 크기를 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



... **평행사변형이 직사각형이 되는 조건** ...

① 한 내각이 이다.

② 두 의 길이가 .



03 다음은 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이 됨을 증명하는 과정이다. 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서

$\overline{AC} = \overline{BD}$, $\overline{AB} = \text{}$,

$\overline{BC}$ 는 공통이므로

$\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (SSS 합동)

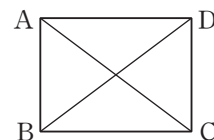
$\therefore \angle ABC = \text{}$

$\square ABCD$ 는 평행사변형이므로

$\angle A = \text{}$, $\angle B = \text{}$

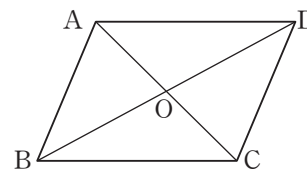
$\therefore \angle A = \angle B = \text{} = \text{}$

따라서 $\square ABCD$ 는 직사각형이다.



04 다음 그림의 평행사변형 ABCD가 직사각형이 되도록 알맞은 수를 안에 써넣으시오.

(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



(1) $\angle B = \text{}^\circ$

(2) $\overline{AC} = 10$ 일 때, $\overline{BD} = \text{}$

(3) $\overline{BO} = 3$ 일 때, $\overline{AO} = \text{}$



개념

15

마름모

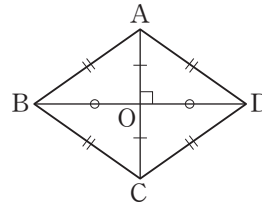
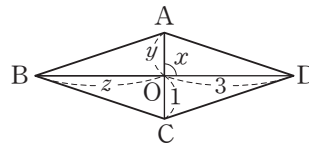
2 사각형의 성질

(1) 마름모: 네 변의 길이가 모두 같은 사각형

$$\rightarrow \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$$

(2) 마름모의 성질: 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.

$$\rightarrow \overline{AC} \perp \overline{BD}, \overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{DO}$$

**참고** 마름모는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.**예** 오른쪽 그림에서 $\square ABCD$ 가 마름모일 때,
 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고, $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이므로
 $\angle x = 90^\circ$, $y = 1$, $z = 3$ 

(3) 평행사변형이 마름모가 되는 조건

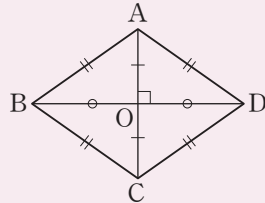
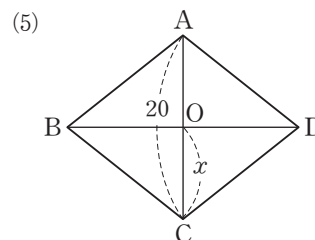
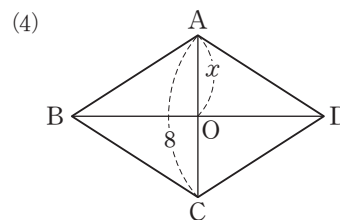
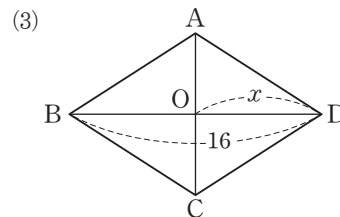
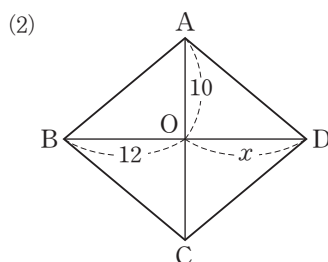
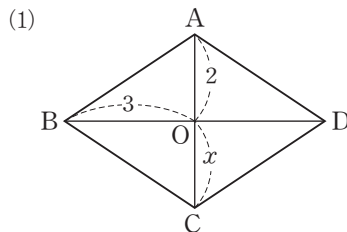
① 이웃하는 두 변의 길이가 같다. $\rightarrow$ 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$ ② 두 대각선이 서로 수직이다. $\rightarrow$ 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

... 마름모의 성질

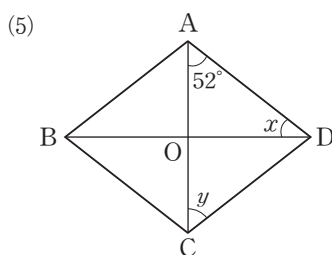
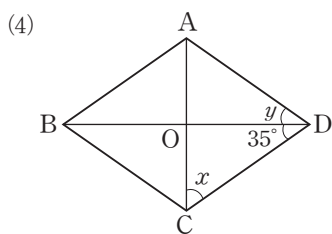
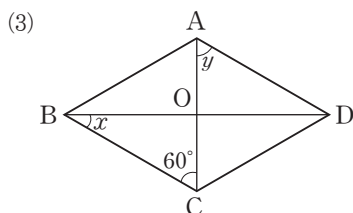
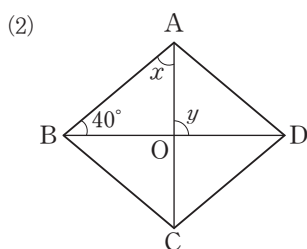
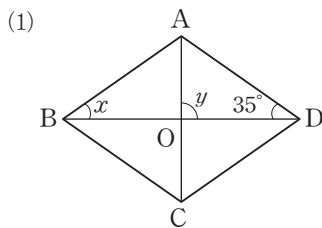
두 는 서로 다른 것을 한다.

$$\rightarrow \overline{AC} \perp \text{ },$$

$$\overline{AO} = \text{ }, \overline{BO} = \text{ }$$

**01** 다음 그림과 같은 마름모 ABCD에서 x 의 값을 구하시오.
(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

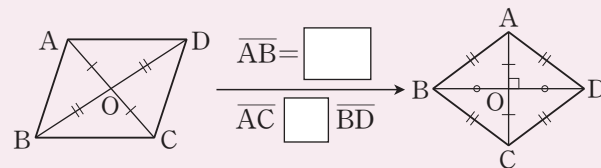
02 다음 그림과 같은 마름모 ABCD에서 $\angle x$, $\angle y$ 의 크기를 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



... **평행사변형이 마름모가 되는 조건** ...

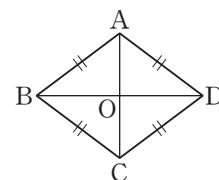
① 이웃하는 두 변의 길이가 .

② 두 이 서로 이다.



03 다음은 마름모의 두 대각선이 수직임을 증명하는 과정이다.
□ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.

마름모 ABCD에서
 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADC$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{BC} = \square$,



$\square$ 는 공통이므로

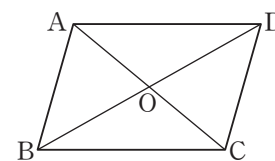
$\triangle ABC \cong \triangle ADC$ (SSS 합동)

$\therefore \angle BAC = \square$

따라서 $\overline{AC}$ 는 이등변삼각형 ABD의 꼭지각인 $\angle A$ 의 이등분선이 되어 밑변 BD를 수직이등분한다.

$\therefore \overline{AC} \perp \square$

04 오른쪽 그림의 평행사변형 ABCD가 마름모가 되도록 알맞은 수를 □ 안에 써넣으시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



(1) $\overline{AB} = 6$ 일 때, $\overline{AD} = \square$

(2) $\overline{BC} = 10$ 일 때, $\overline{CD} = \square$

(3) $\angle AOB = \square^\circ$



16

정사각형

2 사각형의 성질

(1) 정사각형: 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형

$$\rightarrow \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}, \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$$

(2) 정사각형의 성질: 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.

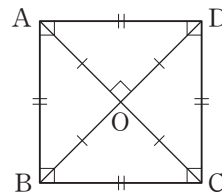
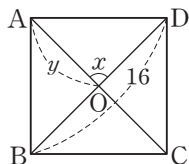
$$\rightarrow \overline{AC} = \overline{BD}, \overline{AC} \perp \overline{BD}, \overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$$

예 오른쪽 그림에서 $\square ABCD$ 가 정사각형일 때,

$$\overline{AC} \perp \overline{BD} \text{이므로 } \angle x = 90^\circ$$

$$\overline{AC} = \overline{BD}, \overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO} \text{이므로}$$

$$y = \frac{1}{2} \times 16 = 8$$



참고 정사각형은 직사각형의 성질과 마름모의 성질을 모두 만족시킨다.

(3) 직사각형이 정사각형이 되는 조건: 이웃하는 두 변의 길이가 같거나 두 대각선이 서로 수직이다.

$$\rightarrow \text{직사각형 } ABCD \text{에서 (i) } \overline{AB} = \overline{BC} \quad \text{(ii) } \overline{AC} \perp \overline{BD}$$

(4) 마름모가 정사각형이 되는 조건: 한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같다.

$$\rightarrow \text{마름모 } ABCD \text{에서 (i) } \angle A = 90^\circ \quad \text{(ii) } \overline{AC} = \overline{BD}$$

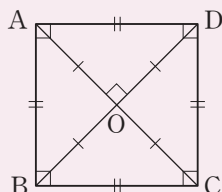
정사각형의 성질

두 는 길이가 같고, 서로

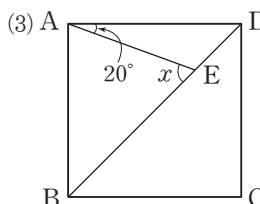
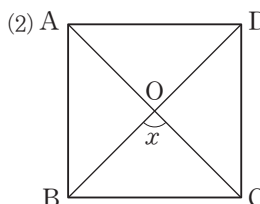
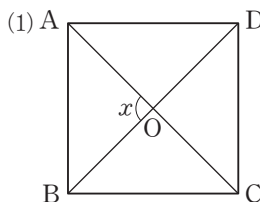
다른 것을 한다.

$$\rightarrow \overline{AC} = \text{, } \overline{AC} \perp \text{$$

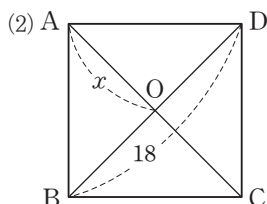
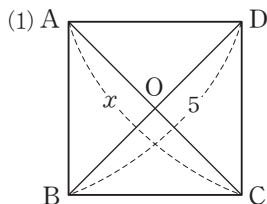
$$\overline{AO} = \text{} = \overline{CO} = \text{$$



02 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 $\angle x$ 의 크기를 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



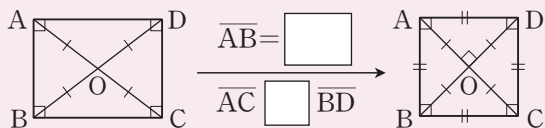
01 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 x 의 값을 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



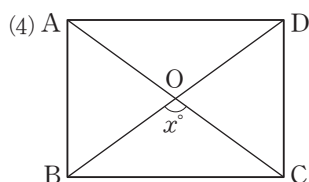
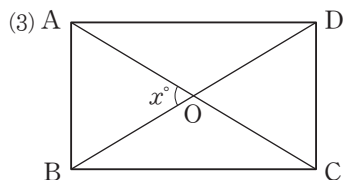
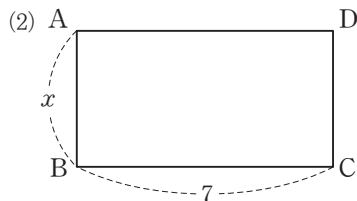
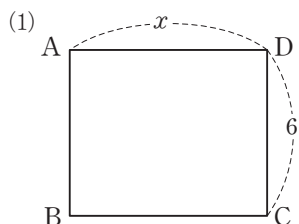
.... 직사각형이 정사각형이 되는 조건

① 이웃하는 두 변의 길이가 .

② 두 이 서로 이다.



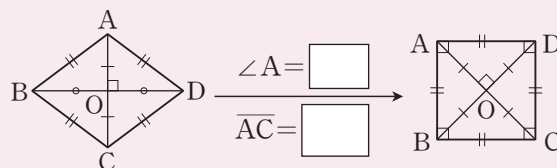
03 다음 그림의 직사각형이 정사각형이 되도록 하는 x 의 값을 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



.... 마름모가 정사각형이 되는 조건

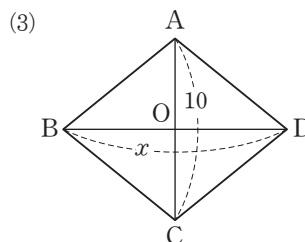
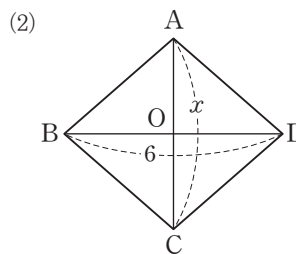
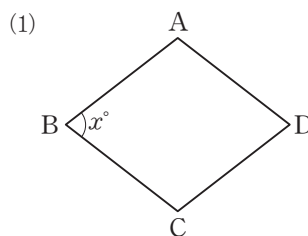
① 한 내각이 이다.

② 두 의 길이가 .



04 다음 그림의 마름모가 정사각형이 되도록 하는 $\angle x$ 의 크기 또는 x 의 값을 구하시오.

(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)





17

등변사다리꼴

2 사각형의 성질

- (1) 사다리꼴: 한 쌍의 대변이 평행한 사각형 $\rightarrow \overline{AD} \parallel \overline{BC}$
 (2) 등변사다리꼴: 밑변의 양 끝 각의 크기가 같은 사다리꼴 $\rightarrow \overline{AD} \parallel \overline{BC}, \angle B = \angle C$
 (3) 등변사다리꼴의 성질

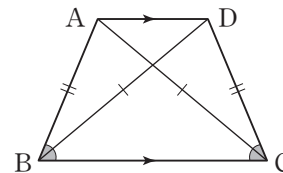
① 평행하지 않은 한 쌍의 대변의 길이가 같다. $\rightarrow \overline{AB} = \overline{DC}$

② 두 대각선의 길이가 같다. $\rightarrow \overline{AC} = \overline{DB}$

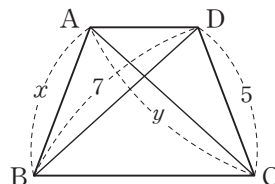
예 오른쪽 그림에서 $\square ABCD$ 가 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴일 때,

$$\overline{AB} = \overline{DC} \text{이므로 } x = 5$$

$$\overline{AC} = \overline{DB} \text{이므로 } y = 7$$



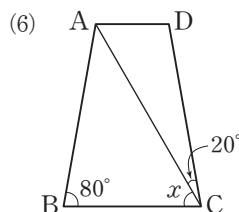
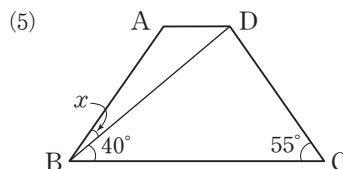
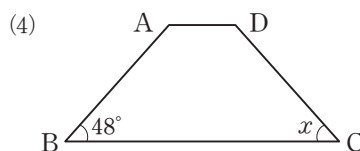
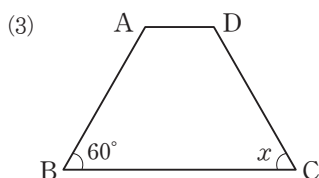
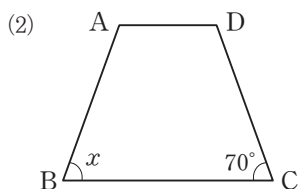
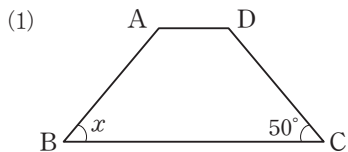
참고 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$



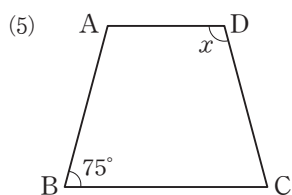
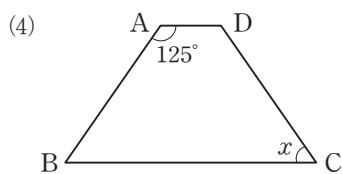
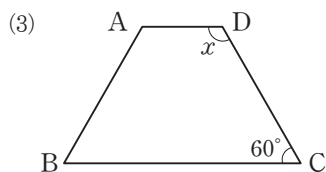
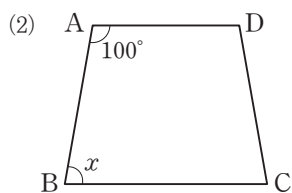
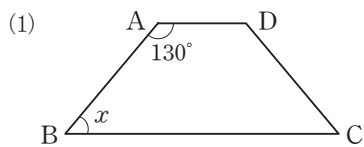
등변사다리꼴의 뜻

: 밑변의 양 끝 각의 크기가 같은 사다리꼴

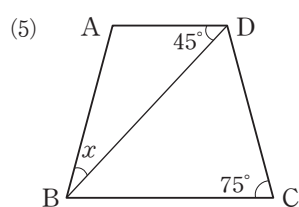
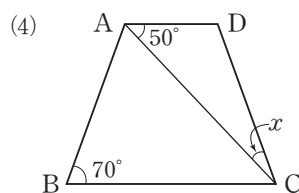
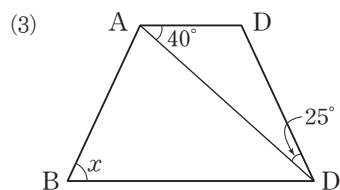
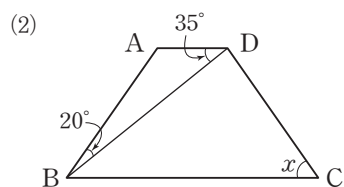
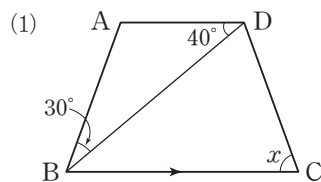
01 다음 그림의 $\square ABCD$ 가 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



02 다음 그림의 □ABCD가 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



03 다음 그림의 □ABCD가 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



... ○ 등변사다리꼴의 성질 ○ ...

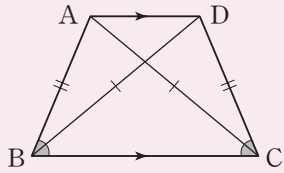
① 평행하지 않은 한 쌍의

의 길이가 .

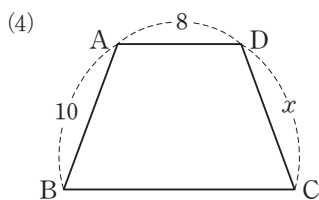
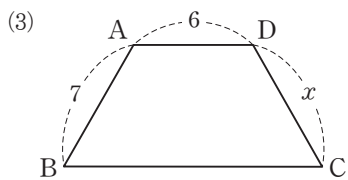
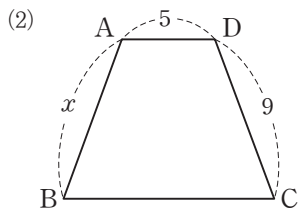
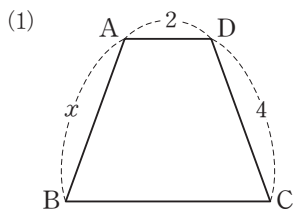
→ $\overline{AB} =$

② 두 의 길이가 .

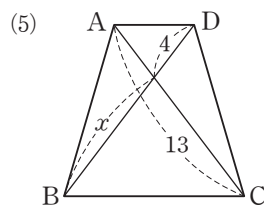
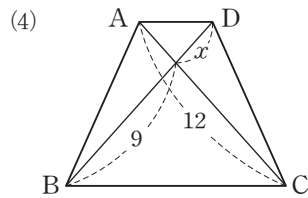
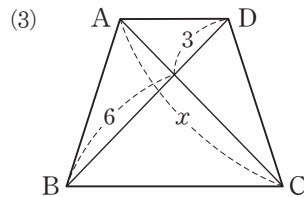
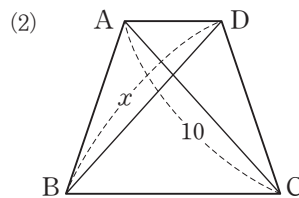
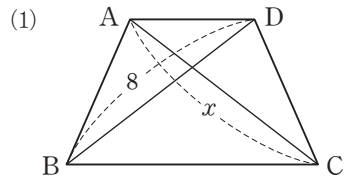
→ $\overline{AC} =$



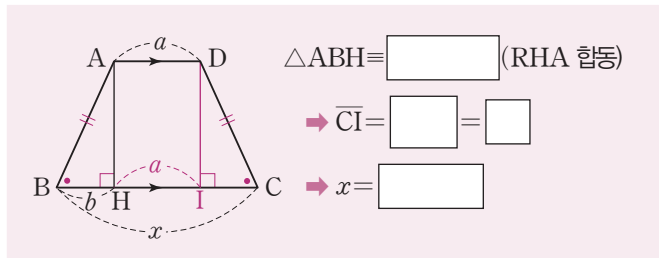
04 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD에서 x 의 값을 구하시오.



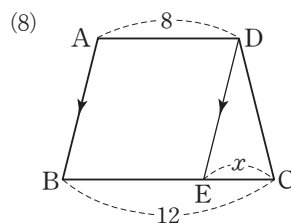
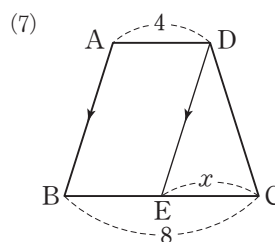
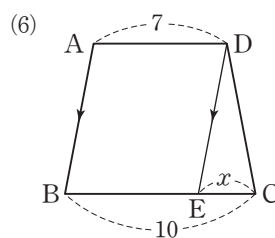
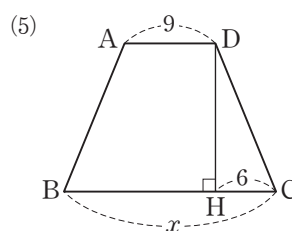
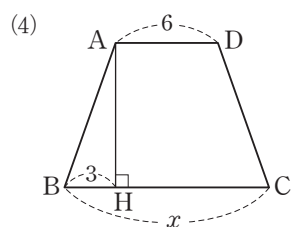
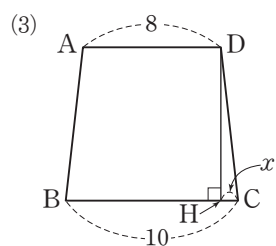
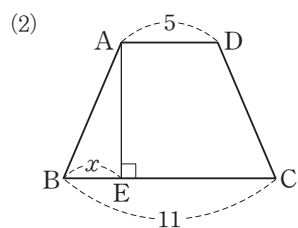
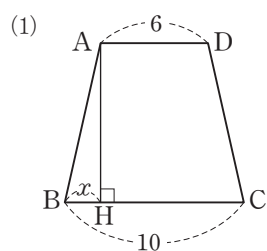
05 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD에서 x 의 값을 구하시오.



... ○ 등변사다리꼴에서 보조선의 이용 ○



06 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD에서 x 의 값을 구하시오.



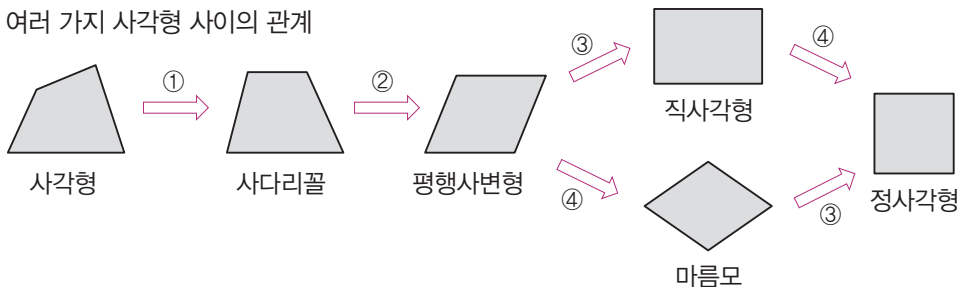


18

여러 가지 사각형 사이의 관계

2 사각형의 성질

(1) 여러 가지 사각형 사이의 관계



- ① 한 쌍의 대변이 평행하다.
- ② 다른 나머지 한 쌍의 대변이 평행하다.
- ③ 한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같다.
- ④ 이웃하는 두 변의 길이가 같거나 두 대각선이 서로 수직이다.

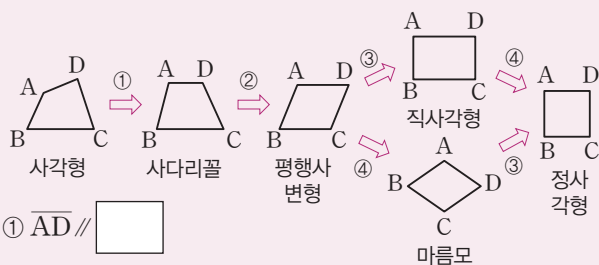
(2) 여러 가지 사각형의 대각선의 성질

- ① 서로 다른 것을 이등분한다. → 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형
- ② 길이가 같다. → 직사각형, 정사각형, 등변사다리꼴
- ③ 수직으로 만난다. → 마름모, 정사각형

(3) 사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형

- | | | |
|---------------|-----------------|----------------|
| ① 사각형 → 평행사변형 | ② 평행사변형 → 평행사변형 | ③ 직사각형 → 마름모 |
| ④ 마름모 → 직사각형 | ⑤ 정사각형 → 정사각형 | ⑥ 등변사다리꼴 → 마름모 |

여러 가지 사각형 사이의 관계



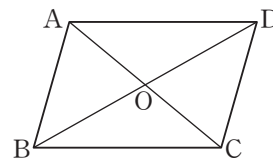
- ① $\overline{AD} \parallel$
- ② $\overline{AB} \parallel$
- ③ $\angle A =$ 또는 $\overline{AC} =$
- ④ $\overline{AB} =$ 또는 $\overline{AC} \perp$

01 다음 □ 안에 알맞은 사각형을 써넣으시오.

(1) 평행사변형에서 두 대각선이 서로 수직이면 가 된다.

(2) 한 내각이 직각인 마름모는 이다.

02 오른쪽 그림의 평행사변형 ABCD가 다음 조건을 만족시키면 어떤 사각형이 되는지 말하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



(1) $\angle A = 90^\circ$

(2) $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

(3) $\overline{AB} = \overline{BC}$

(4) $\overline{AC} = \overline{BD}$

(5) $\angle D = 90^\circ$

(6) $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle B = 90^\circ$

(7) $\angle C = 90^\circ$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

(8) $\overline{CD} = \overline{DA}$, $\overline{AC} = \overline{BD}$

03 다음 성질을 만족시키는 사각형을 모두 찾아 ○표 하시오.

(1) 두 대각선이 수직으로 만난다.

평행사변형	직사각형	마름모
정사각형	등변사다리꼴	

(2) 두 대각선의 길이가 같다.

평행사변형	직사각형	마름모
정사각형	등변사다리꼴	

(3) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

평행사변형	직사각형	마름모
정사각형	등변사다리꼴	

04 다음 사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형을 말 하시오.

(1) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형

()

(2) 밑변의 양 끝 각의 크기가 같은 사다리꼴

()

(3) 두 대각선이 서로 수직인 평행사변형

()

(4) 이웃하는 두 변의 길이가 같은 직사각형

()

05 다음은 사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형을 짝 지은 것이다. 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표 하고 옳은 답을 써넣으시오.

(1) 직사각형 → 정사각형 () _____

(2) 마름모 → 정사각형 () _____

(3) 등변사다리꼴 → 마름모 () _____

(4) 평행사변형 → 평행사변형 () _____

(5) 사각형 → 마름모 () _____

(6) 정사각형 → 정사각형 () _____



19

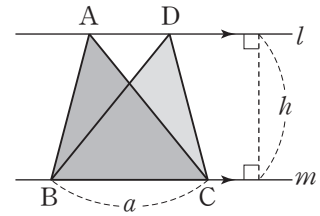
평행선과 삼각형의 넓이

2 사각형의 성질

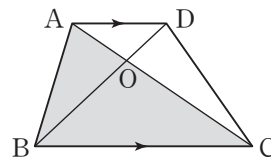
두 평행선 사이에 놓여 있는 밑변의 길이가 같은 삼각형의 넓이는 모두 같다.

→ $l \parallel m$ 이면 $\triangle ABC = \triangle DBC = \frac{1}{2}ah$

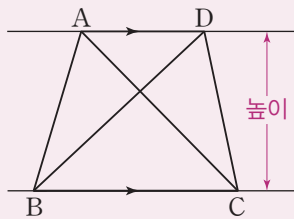
참고 평행한 두 직선 사이의 거리는 일정하다.



예 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서
 $\triangle DBC = 12 \text{ cm}^2$ 일 때,
 $\triangle ABC = \triangle DBC = 12 \text{ cm}^2$



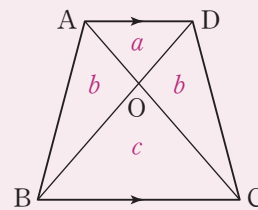
넓이가 같은 삼각형 찾기



① $\triangle ABC =$

② $\triangle ABD =$

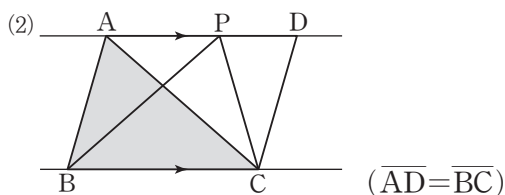
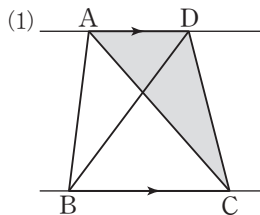
사다리꼴에서의 삼각형의 넓이



$\triangle OBC$ 는 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DBC$ 의
공통 부분이므로 그 나머지끼리는
넓이가 같다.

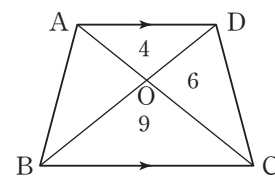
→ $\triangle OAB =$

01 다음 그림에서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 일 때, 색칠한 부분과 넓이가
같은 삼각형을 모두 찾으시오.



02 아래 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 다음
삼각형의 넓이를 구하시오.

(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

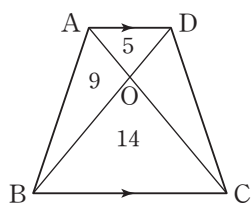


(1) $\triangle ABC$

(2) $\triangle ABD$

(3) $\triangle OAB$

- 03** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 다음 삼각형의 넓이를 구하시오.
(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

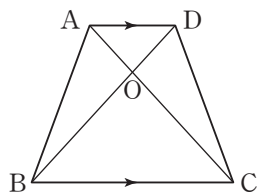


(1) $\triangle DBC$

(2) $\triangle ACD$

(3) $\triangle OCD$

- 04** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 다음을 구하시오. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

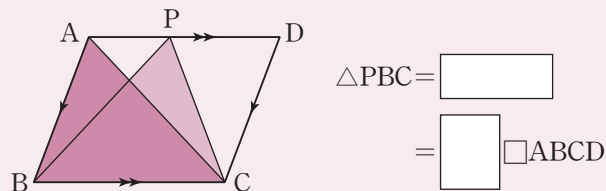


(1) $\triangle ABC = 20 \text{ cm}^2$, $\triangle DOC = 7 \text{ cm}^2$ 일 때,
 $\triangle OBC$ 의 넓이

(2) $\triangle ABD = 16 \text{ cm}^2$, $\triangle AOD = 7 \text{ cm}^2$ 일 때,
 $\triangle DOC$ 의 넓이

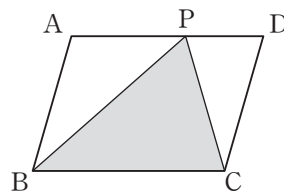
(3) $\triangle DBC = 30 \text{ cm}^2$, $\triangle AOD = 5 \text{ cm}^2$,
 $\triangle OBC = 18 \text{ cm}^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이

..... **평행사변형에서의 삼각형의 넓이**

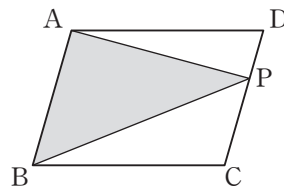


- 05** 평행사변형 ABCD의 넓이가 다음과 같이 주어질 때, 색칠한 삼각형의 넓이를 구하시오.

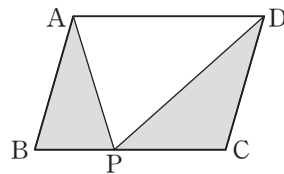
(1) $\square ABCD = 26 \text{ cm}^2$



(2) $\square ABCD = 32 \text{ cm}^2$



(3) $\square ABCD = 46 \text{ cm}^2$





개념
20

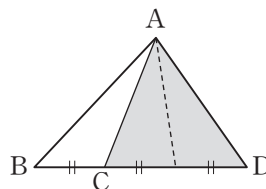
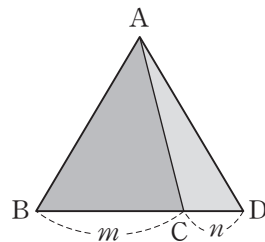
높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비

2 사각형의 성질

높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같다.

$$\rightarrow \triangle ABC : \triangle ACD = m : n$$

참고 점 C가 $\overline{BD}$ 의 중점일 때, $\triangle ABC = \triangle ACD$



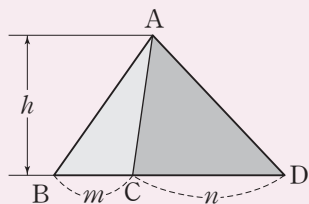
예 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC = 5 \text{ cm}^2$ 이고 $\overline{BC} : \overline{CD} = 1 : 2$ 일 때,

$$\triangle ABC : \triangle ACD = 1 : 2 \text{ 이므로}$$

$$\triangle ACD = 2\triangle ABC = 2 \times 5 = 10 (\text{cm}^2)$$

... 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비 ...

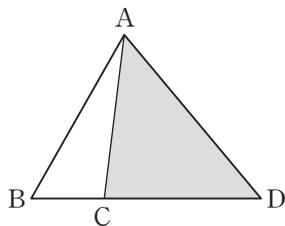
높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 의 비와 같다.



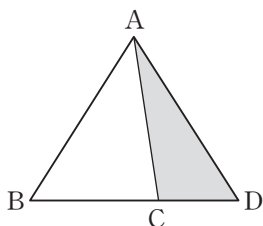
$$\begin{aligned} \triangle ABC : \triangle ACD &= \left(\frac{1}{2} \times \square \times h \right) : \left(\frac{1}{2} \times \square \times h \right) \\ &= \square : \square \end{aligned}$$

01 $\triangle ABC = 12 \text{ cm}^2$ 이고 $\overline{BC} : \overline{CD}$ 가 다음과 같이 주어질 때, $\triangle ACD$ 의 넓이를 구하시오.

(1) $\overline{BC} : \overline{CD} = 1 : 2$

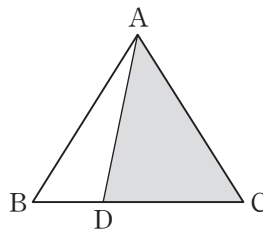


(2) $\overline{BC} : \overline{CD} = 3 : 2$

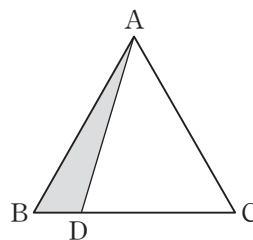


02 $\triangle ABC$ 의 넓이와 $\overline{BD} : \overline{DC}$ 가 다음과 같이 주어질 때, 색칠한 삼각형의 넓이를 구하시오.

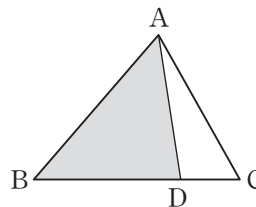
(1) $\triangle ABC = 18 \text{ cm}^2$, $\overline{BD} : \overline{DC} = 1 : 2$



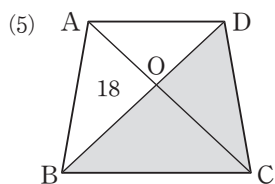
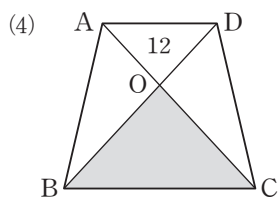
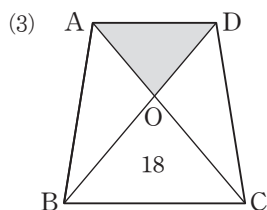
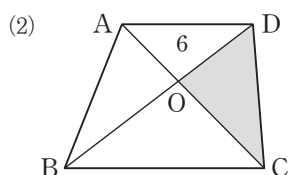
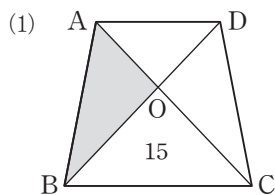
(2) $\triangle ABC = 24 \text{ cm}^2$, $\overline{BD} : \overline{DC} = 1 : 3$



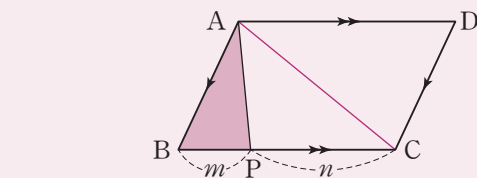
(3) $\triangle ABC = 49 \text{ cm}^2$, $\overline{BD} : \overline{DC} = 5 : 2$



03 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AO} : \overline{CO} = 2 : 3$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



..... **평행사변형에서의 삼각형의 넓이**

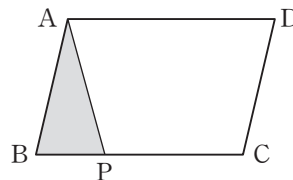


$\overline{BP} : \overline{PC} = m : n$ 일 때

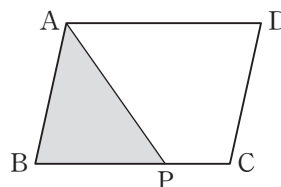
$$\triangle ABP = \boxed{} \triangle ABC = \boxed{} \square ABCD$$

04 평행사변형 ABCD에서 다음과 같은 조건이 주어질 때, 색칠한 삼각형의 넓이를 구하시오.

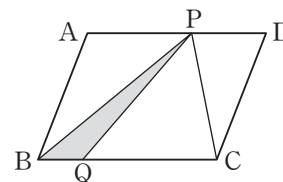
(1) $\square ABCD = 30 \text{ cm}^2$, $\overline{BP} : \overline{PC} = 1 : 2$



(2) $\square ABCD = 45 \text{ cm}^2$, $\overline{BP} : \overline{PC} = 2 : 1$



05 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BQ} : \overline{QC} = 1 : 3$ 이고 $\square ABCD$ 의 넓이가 다음과 같이 주어질 때, $\triangle PBQ$ 의 넓이를 구하시오.



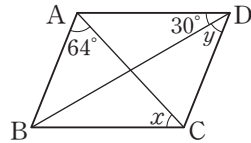
(1) $\square ABCD = 24 \text{ cm}^2$

(2) $\square ABCD = 40 \text{ cm}^2$



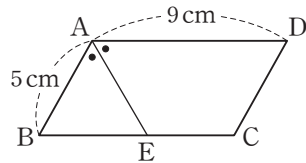
내신 도전

- 01 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



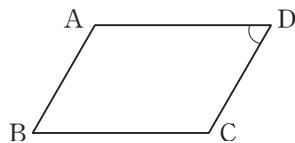
- ① 84° ② 86° ③ 88°
④ 90° ⑤ 92°

- 02 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선일 때, $\overline{EC}$ 의 길이는?



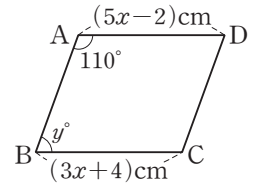
- ① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm
④ 5 cm ⑤ 6 cm

- 03 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle A : \angle B = 2 : 1$ 일 때, $\angle D$ 의 크기는?

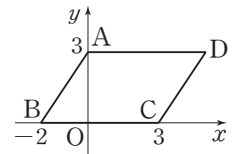


- ① 45° ② 50° ③ 55°
④ 60° ⑤ 65°

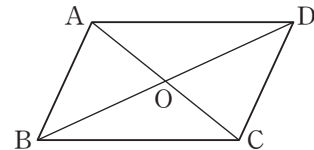
- 04 오른쪽 그림과 같은 $\square ABCD$ 가 평행사변형일 때, x, y 의 값을 각각 구하시오.



- 05 좌표평면에서 오른쪽 그림과 같은 $\square ABCD$ 가 평행사변형일 때, 점 D의 좌표를 구하시오.

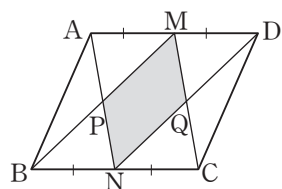


- 06 다음 중 $\square ABCD$ 가 평행사변형이 되는 조건이 아닌 것은? (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



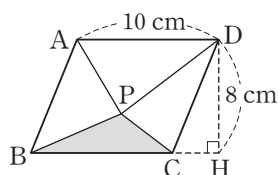
- ① $\overline{AB} = \overline{BC} = 6, \overline{CD} = \overline{DA} = 8$
② $\angle A = 40^\circ, \angle B = 140^\circ, \angle C = 40^\circ$
③ $\overline{AO} = 3 \text{ cm}, \overline{BO} = 5 \text{ cm}, \overline{CO} = 3 \text{ cm}, \overline{DO} = 5 \text{ cm}$
④ $\overline{AD} = \overline{BC} = 6 \text{ cm}, \angle ADB = \angle DBC = 20^\circ$
⑤ $\overline{AD} \parallel \overline{BC}, \angle BAC = \angle ACD = 55^\circ$

- 07** 오른쪽 그림과 같은
평행사변형 ABCD에서
 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 중점을 각각
M, N이라 하자.
 $\square ABCD = 28 \text{ cm}^2$ 일 때,
 $\square MPNQ$ 의 넓이는?

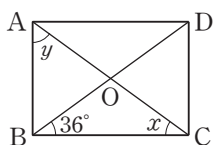


- ① 4 cm^2 ② 7 cm^2 ③ 10 cm^2
④ 12 cm^2 ⑤ 14 cm^2

- 08** 오른쪽 그림과 같은 평행사변
형 ABCD의 내부의 한 점
P에 대하여 $\triangle PDA$ 의 넓이
가 25 cm^2 일 때, $\triangle PBC$ 의
넓이를 구하시오.

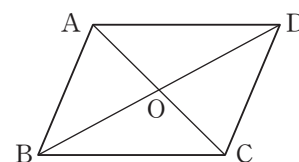


- 09** 오른쪽 그림과 같은 직사각형
ABCD에서 $\angle y - \angle x$ 의 크기
는?(단, 점 O는 두 대각선의 교점
이다.)



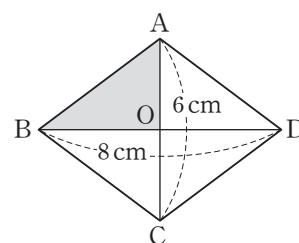
- ① 14° ② 15° ③ 16°
④ 17° ⑤ 18°

- 10** 다음 중 오른쪽 그림의 평
행사변형 ABCD가 직사
각형이 되는 조건이 아닌
것은? (단, 점 O는 두 대
각선의 교점이다.)



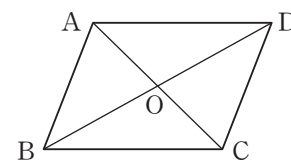
- ① $\angle A = \angle B$ ② $\angle B = \angle D$
③ $\angle C = 90^\circ$ ④ $\overline{AC} = \overline{BD}$
⑤ $\overline{CO} = \overline{DO}$

- 11** 오른쪽 그림과 같은 마름모
ABCD에서 $\triangle ABO$ 의
넓이는?



- ① 6 cm^2
② 12 cm^2
③ 18 cm^2
④ 24 cm^2
⑤ 30 cm^2

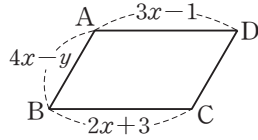
- 12** 오른쪽 그림의 평행사변형
ABCD에서 점 O는 두 대
각선의 교점일 때, 다음 중
 $\square ABCD$ 가 마름모가 되
는 조건을 모두 고르면? (정답 2개)



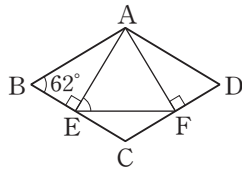
- ① $\overline{AC} = \overline{BD}$ ② $\angle BAD = \angle ADC$
③ $\overline{AB} = \overline{BC}$ ④ $\angle ADC = 90^\circ$
⑤ $\angle BOC = 90^\circ$



- 13 오른쪽 그림과 같은 사각형 ABCD가 마름모일 때, $x+y$ 의 값을 구하시오.

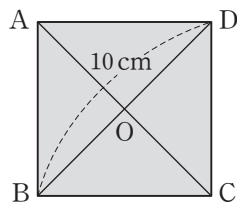


- 14 오른쪽 그림과 같이 마름모 ABCD의 꼭짓점 A에서 두 변 BC, CD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하자. $\angle B = 62^\circ$ 일 때, $\angle AEF$ 의 크기는?



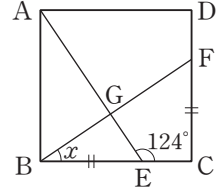
- ① 56° ② 57° ③ 58°
④ 59° ⑤ 60°

- 15 오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD의 넓이는?

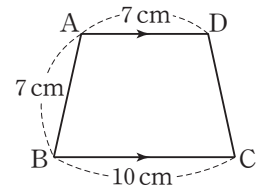


- ① 25 cm^2
② 50 cm^2
③ 75 cm^2
④ 100 cm^2
⑤ 150 cm^2

- 16 오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 $\overline{BE} = \overline{CF}$, $\angle GEC = 124^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.

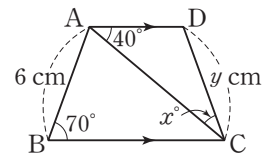


- 17 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{AD} = 7 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 10 \text{ cm}$ 일 때, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는?

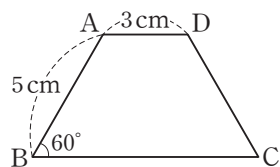


- ① 24 cm ② 27 cm ③ 31 cm
④ 35 cm ⑤ 38 cm

- 18 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD에서 $x+y$ 의 값을 구하시오.



- 19 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD에서 $\angle B = 60^\circ$, $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$, $\overline{AD} = 3 \text{ cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

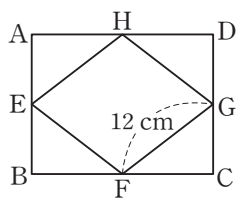


- ① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm
④ 9 cm ⑤ 10 cm

- 20 다음 중 '두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.'는 성질을 가지는 사각형을 모두 고르면? (정답 2개)

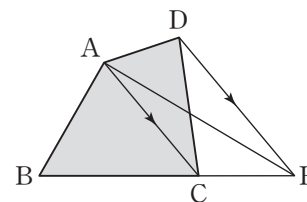
- ① 평행사변형 ② 직사각형 ③ 마름모
④ 정사각형 ⑤ 등변사다리꼴

- 21 오른쪽 그림에서 $\square ABCD$ 는 직사각형이고, $\square EFGH$ 는 $\square ABCD$ 의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형이다. $\overline{FG} = 12 \text{ cm}$ 일 때, $\square EFGH$ 의 둘레의 길이는?



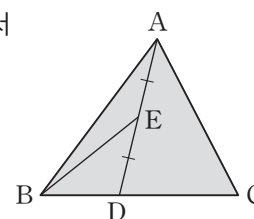
- ① 32 cm ② 36 cm ③ 40 cm
④ 44 cm ⑤ 48 cm

- 22 오른쪽 그림에서 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이고 $\triangle ABC = 10 \text{ cm}^2$, $\triangle ACE = 6 \text{ cm}^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?



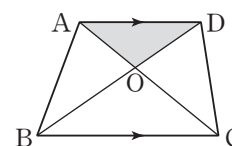
- ① 12 cm^2 ② 14 cm^2 ③ 16 cm^2
④ 18 cm^2 ⑤ 20 cm^2

- 23 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD} : \overline{DC} = 2 : 3$ 이고 $\overline{AE} = \overline{ED}$ 이다. $\triangle ABE = 10 \text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 40 cm^2 ② 45 cm^2 ③ 50 cm^2
④ 55 cm^2 ⑤ 60 cm^2

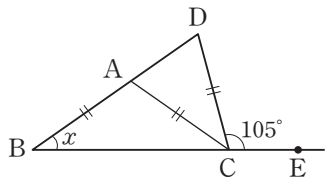
- 24 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 점 O는 두 대각선의 교점이다. $\triangle OAB = 4 \text{ cm}^2$, $\triangle OBC = 6 \text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle AOD$ 의 넓이를 구하시오.





대단원 평가

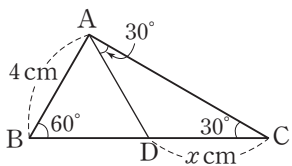
- 01 오른쪽 그림에서
 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{DC}$ 이고
 $\angle DCE = 105^\circ$ 일 때,
 $\angle x$ 의 크기는?



- ① 30° ② 32° ③ 35°
 ④ 38° ⑤ 40°

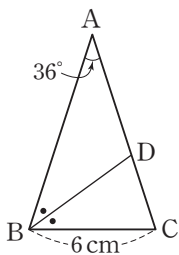
- 02 오른쪽 그림에서 x 의 값은?

- ① 3 ② 4
 ③ 5 ④ 6
 ⑤ 8

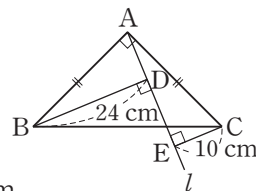


- 03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등
 변삼각형 ABC에서 $\overline{BD}$ 가 $\angle B$ 의 이
 등분선일 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?

- ① 7 cm ② 6 cm
 ③ 5 cm ④ 4 cm
 ⑤ 3 cm

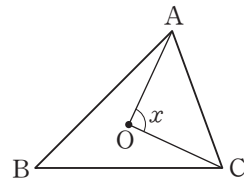


- 04 오른쪽 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$
 인 직각이등변삼각형 ABC의
 두 꼭짓점 B, C에서 꼭짓점 A
 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의
 발을 D, E라 하자. $\overline{BD} = 24$ cm,
 $\overline{CE} = 10$ cm일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하시오.



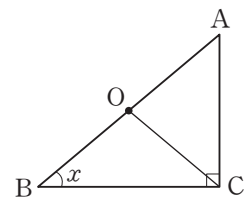
- 05 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에
 서 점 O는 외심이고
 $\angle A : \angle B : \angle C = 4 : 3 : 5$
 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

- ① 100° ② 95° ③ 90°
 ④ 85° ⑤ 80°

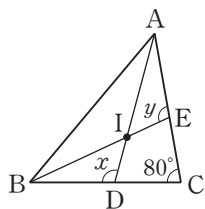


- 06 오른쪽 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$
 인 직각삼각형 ABC에서
 점 O는 외심이고,
 $\angle BOC : \angle AOC = 5 : 4$ 일 때,
 $\angle x$ 의 크기는?

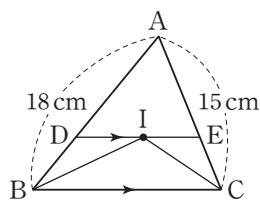
- ① 60° ② 55° ③ 50°
 ④ 45° ⑤ 40°



- 07 오른쪽 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구 하시오.

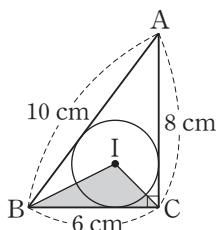


- 08 오른쪽 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이다. $\overline{AB} = 18 \text{ cm}$, $\overline{AC} = 15 \text{ cm}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?

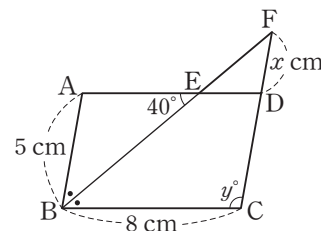


- ① 29 cm ② 30 cm ③ 31 cm
④ 32 cm ⑤ 33 cm

- 09 오른쪽 그림에서 점 I는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 내심이다. $\overline{AB} = 10 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 6 \text{ cm}$, $\overline{AC} = 8 \text{ cm}$ 일 때, $\triangle IBC$ 의 넓이를 구하시오.

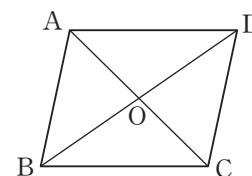


- 10 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{CD}$ 의 연장선의 교점을 F라 할 때, $x + y$ 의 값은?



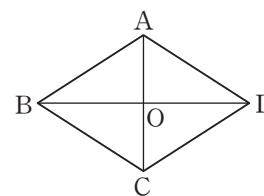
- ① 99 ② 101 ③ 103
④ 105 ⑤ 107

- 11 오른쪽 그림의 평행사변형 ABCD가 직사각형이 되도록 하는 조건이 아닌 것은? (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



- ① $\overline{AO} = \overline{DO}$ ② $\angle B = \angle C$
③ $\overline{AC} = \overline{BD}$ ④ $\overline{AB} = \overline{BC}$
⑤ $\angle B + \angle D = 180^\circ$

- 12 오른쪽 그림의 평행사변형 ABCD가 마름모가 되도록 하는 조건을 보기 중에서 모두 고른 것은?



보기

- ㉠ $\overline{AC} = \overline{BD}$ ㉡ $\overline{AO} = \overline{BO}$
㉢ $\angle DOA = \angle DOC$ ㉣ $\overline{CD} = \overline{AD}$
㉤ $\angle BCD = \angle BAD$ ㉥ $\angle COB = 90^\circ$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉢, ㉣ ③ ㉣, ㉤
④ ㉠, ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣, ㉥

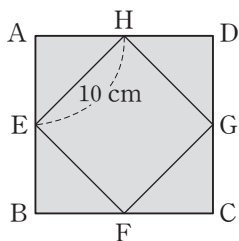


13 다음 조건을 모두 만족시키는 사각형은?

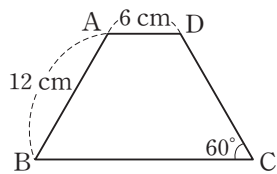
- (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.

- ① 평행사변형 ② 마름모 ③ 직사각형
④ 정사각형 ⑤ 등변사다리꼴

14 오른쪽 그림에서 $\square EFGH$ 는 정사각형 $ABCD$ 의 중점을 연결하여 만든 사각형이다. $\overline{EH}=10\text{ cm}$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하시오.

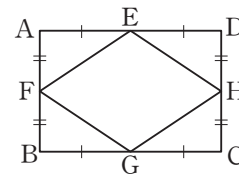


15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 $ABCD$ 에서 $\overline{AD}=6\text{ cm}$, $\overline{AB}=12\text{ cm}$, $\angle C=60^\circ$ 일 때, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는?



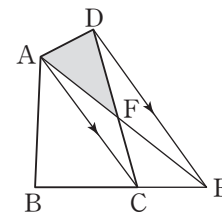
- ① 46 cm ② 48 cm ③ 50 cm
④ 52 cm ⑤ 54 cm

16 다음 중 직사각형 $ABCD$ 의 각 변의 중점을 연결하여 만든 $\square EFGH$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



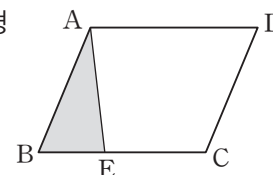
- ① 두 쌍의 대변의 길이가 같다.
② 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
④ 두 대각선의 길이가 같다.
⑤ 네 변의 길이가 모두 같다.

17 오른쪽 그림에서 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이고 $\triangle ABE=28\text{ cm}^2$, $\square ABEF=22\text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle AFD$ 의 넓이는?



- ① 5 cm^2 ② 6 cm^2
③ 7 cm^2 ④ 8 cm^2
⑤ 9 cm^2

18 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 $ABCD$ 의 넓이가 200 cm^2 이고, $\overline{BE}:\overline{EC}=2:3$ 일 때, $\triangle ABE$ 의 넓이는?



- ① 30 cm^2 ② 35 cm^2 ③ 40 cm^2
④ 45 cm^2 ⑤ 50 cm^2



II

도형의 닮음과 피타고라스 정리

이 단원에서 공부해야 할 필수 개념

1 도형의 닮음 (1)

- 개념 01 닮음의 뜻
- 개념 02 평면도형에서의 닮음의 성질
- 개념 03 입체도형에서의 닮음의 성질
- 개념 04 닮은 평면도형의 넓이의 비
- 개념 05 닮은 입체도형의 겹넓이의 비와 부피의 비
- 개념 06 삼각형의 닮음 조건
- 개념 07 직각삼각형의 닮음

내신 도전

2 도형의 닮음 (2)

- 개념 08 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비(1)
- 개념 09 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비(2)
- 개념 10 삼각형의 각의 이등분선
- 개념 11 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질
- 개념 12 사다리꼴에서 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질

- 개념 13 평행선 사이의 선분의 길이의 비
- 개념 14 삼각형의 중선
- 개념 15 삼각형의 무게중심
- 개념 16 삼각형의 무게중심과 넓이

내신 도전

3 피타고라스 정리

- 개념 17 피타고라스 정리
- 개념 18 피타고라스 정리의 증명(1)
- 개념 19 피타고라스 정리의 증명(2)
- 개념 20 직각삼각형이 될 조건
- 개념 21 직각삼각형에서의 피타고라스 정리의 활용
- 개념 22 사각형에서의 피타고라스 정리의 활용
- 개념 23 직각삼각형과 세 반원 사이의 관계

내신 도전

대단원 평가

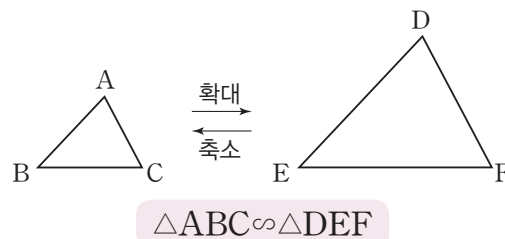


01

닮음의 뜻

1 도형의 닮음 (1)

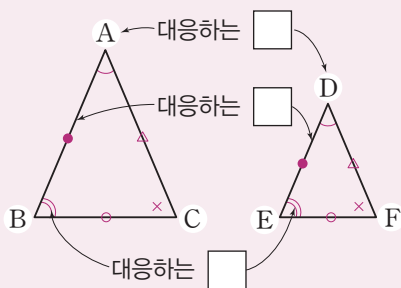
- (1) 닮음: 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소하여 다른 도형과 합동이 될 때, 이 두 도형은 서로 닮음인 관계에 있다고 한다.
- (2) 닮은 도형: 서로 닮음인 관계에 있는 두 도형
- (3) 닮음의 기호: $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 가 서로 닮은 도형일 때, 이것을 기호 $\sim$ 를 사용하여 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 로 나타낸다. 이때 두 도형의 꼭짓점은 대응하는 순서대로 쓴다.



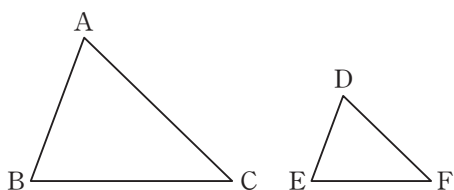
예 위의 그림에서 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 일 때,
점 B에 대응하는 점은 점 E, $\overline{BC}$ 에 대응하는 변은 $\overline{EF}$, $\angle A$ 에 대응하는 각은 $\angle D$ 이다.

닮은 평면도형

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 일 때



01 아래 그림에서 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 일 때, 다음을 구하시오.

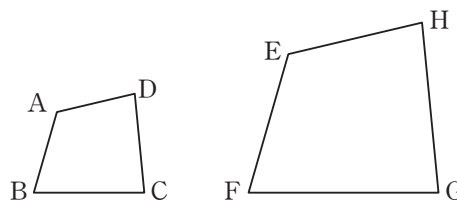


(1) 점 A에 대응하는 점

(2) $\overline{AC}$ 에 대응하는 변

(3) $\angle B$ 에 대응하는 각

02 아래 그림에서 $\square ABCD \sim \square EFGH$ 일 때, 다음을 구하시오.



(1) 점 B에 대응하는 점

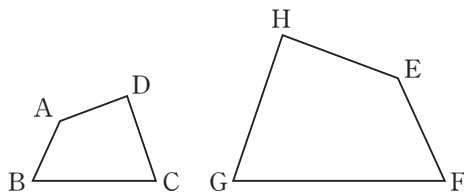
(2) $\overline{CD}$ 에 대응하는 변

(3) $\overline{AD}$ 에 대응하는 변

(4) $\angle A$ 에 대응하는 각

(5) $\angle C$ 에 대응하는 각

- 03** 아래 그림에서 $\square ABCD \sim \square EFGH$ 일 때, 다음을 구하시오.



(1) 점 A에 대응하는 점

(2) 점 F에 대응하는 점

(3) $\overline{AB}$ 에 대응하는 변

(4) $\overline{FG}$ 에 대응하는 변

(5) $\overline{HE}$ 에 대응하는 변

(6) $\angle B$ 에 대응하는 각

(7) $\angle D$ 에 대응하는 각

(8) $\angle G$ 에 대응하는 각

..... **항상 서로 닮음인 도형**

- ① 평면도형: 두 정 n 각형, 두 직각이등변삼각형, 두 원, 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴 등
② 입체도형: 두 정 n 면체($n=4, 6, 8, 12, 20$), 두 구 등

- 04** 다음 중 항상 서로 닮은 도형이라 할 수 있는 것은 ○표, 할 수 없는 것은 ×표 하시오.

(1) 두 정삼각형 ()

(2) 두 직사각형 ()

(3) 두 등변사다리꼴 ()

(4) 두 정팔면체 ()

(5) 두 직육면체 ()

(6) 두 원뿔 ()

(7) 두 구 ()



02

평면도형에서의 닮음의 성질

1 도형의 닮음 (1)

(1) 평면도형에서의 닮음의 성질: 서로 닮은 두 평면도형에서

① 대응하는 변의 길이의 비는 일정하다.

$$\rightarrow \overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF} = \overline{AC} : \overline{DF}$$

② 대응하는 각의 크기는 각각 같다.

$$\rightarrow \angle A = \angle D, \angle B = \angle E, \angle C = \angle F$$

(2) 닮음비: 서로 닮은 두 도형에서 대응하는 변의 길이의 비

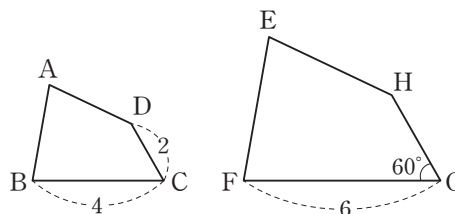
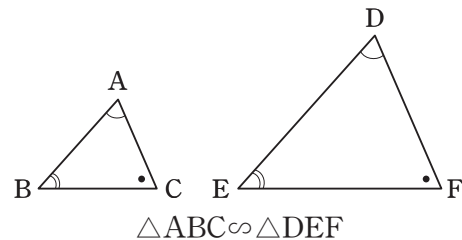
참고 닮음비는 가장 간단한 자연수의 비로 나타낸다.

예 오른쪽 그림에서 $\square ABCD \sim \square EFGH$ 일 때,

① 닮음비 $\rightarrow 4 : 6 = 2 : 3$

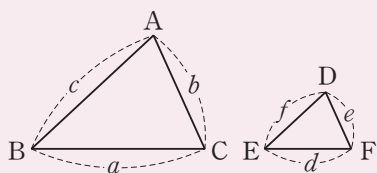
② $\overline{GH}$ 의 길이 $\rightarrow 2 : \overline{GH} = 2 : 3 \quad \therefore \overline{GH} = 3$

③ $\angle C$ 의 크기 $\rightarrow \angle C = \angle G = 60^\circ$



평면도형에서의 닮음의 성질

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 일 때



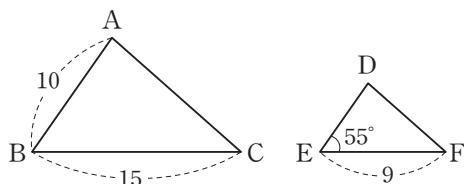
① 의 길이의 는 일정하다.

$$\rightarrow a : d = b : \text{} = c : \text{}$$

② 의 크기는 각각 같다.

$$\rightarrow \angle A = \text{}, \angle B = \text{}, \angle C = \text{}$$

01 아래 그림에서 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 일 때, 다음을 구하시오.

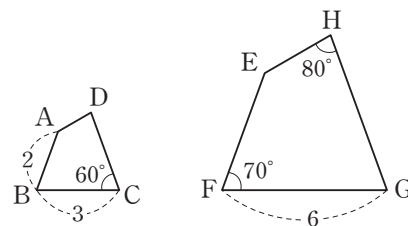


(1) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 닮음비

(2) $\angle B$ 의 크기

(3) $\overline{DE}$ 의 길이

02 아래 그림에서 $\square ABCD \sim \square EFGH$ 일 때, 다음을 구하시오.



(1) $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 닮음비

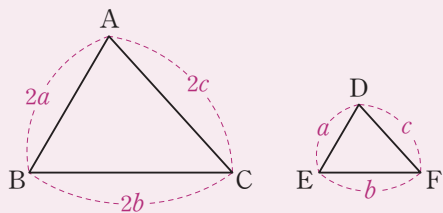
(2) $\angle B$ 의 크기

(3) $\angle E$ 의 크기

(4) $\overline{EF}$ 의 길이

... 02 다음인 평면도형의 둘레의 길이의 비 03

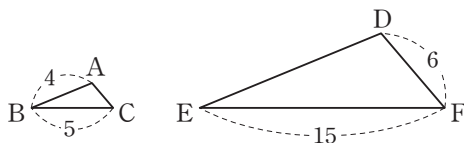
$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 일 때



다음비가

→ 둘레의 길이의 비는 $2(a+b+c) : a+b+c =$

03 아래 그림에서 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 일 때, 다음을 구하시오.



(1) $\overline{AC}$ 의 길이

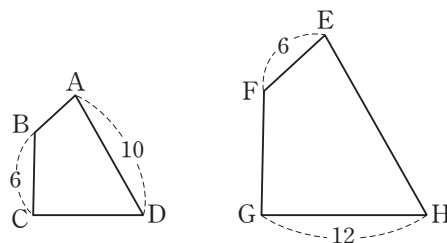
(2) $\overline{DE}$ 의 길이

(3) $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이

(4) $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이

(5) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이의 비

04 아래의 그림에서 $\square ABCD \sim \square EFGH$ 이고, 닮음비가 2 : 3일 때, 다음을 구하시오.



(1) $\overline{AB}$ 의 길이

(2) $\overline{CD}$ 의 길이

(3) $\overline{FG}$ 의 길이

(4) $\overline{EH}$ 의 길이

(5) $\square ABCD$ 의 둘레의 길이

(6) $\square EFGH$ 의 둘레의 길이

(7) $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 둘레의 길이의 비



03

입체도형에서의 닮음의 성질

1 도형의 닮음 (1)

(1) 입체도형에서의 닮음의 성질: 서로 닮은 두 입체도형에서

① 대응하는 모서리의 길이의 비는 일정하다.

$$\rightarrow \overline{AB} : \overline{EF} = \overline{BC} : \overline{FG} = \overline{BD} : \overline{FH} = \dots$$

② 대응하는 면은 서로 닮은 도형이다.

$$\rightarrow \triangle ABC \sim \triangle EFG, \triangle ABD \sim \triangle EFH, \triangle ACD \sim \triangle EGH, \dots$$

(2) 닮음비: 서로 닮은 두 입체도형에서 대응하는 모서리의 길이의 비

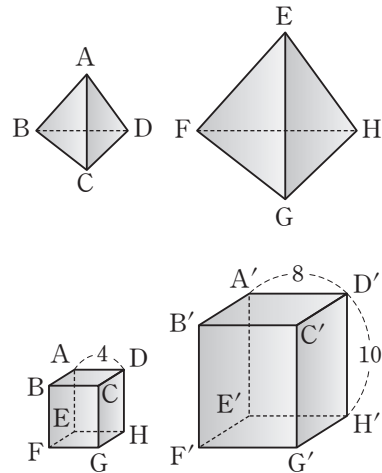
참고 두 구는 항상 서로 닮은 도형이고, 닮음비는 두 구의 반지름의 길이의 비와 같다.

예 오른쪽 그림에서 두 직육면체는 서로 닮은 도형이고

$\square ABCD$ 와 $\square A'B'C'D'$ 이 서로 대응하는 면일 때,

① 닮음비 $\rightarrow 4 : 8 = 1 : 2$

② $\overline{DH}$ 의 길이 $\rightarrow \overline{DH} : 10 = 1 : 2$ 이므로 $2\overline{DH} = 10 \quad \therefore \overline{DH} = 5$



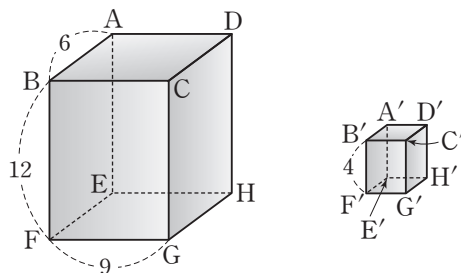
입체도형에서의 닮음의 성질

두 입체도형이 서로 닮은 도형일 때

① 대응하는 의 길이의 는 일정하다.

② 대응하는 면은 서로 이다.

01 아래 그림에서 두 직육면체는 서로 닮은 도형이고 $\square ABCD$ 와 $\square A'B'C'D'$ 이 서로 대응하는 면일 때, 다음을 구하시오.

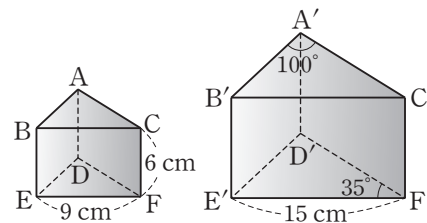


(1) 두 직육면체의 닮음비

(2) $\overline{A'B'}$ 의 길이

(3) $\overline{F'G'}$ 의 길이

02 아래 그림에서 두 삼각기둥은 서로 닮은 도형이고 $\overline{AB}$ 에 대응하는 모서리가 $\overline{A'B'}$ 일 때, 다음을 구하시오.



(1) 면 $ABED$ 에 대응하는 면

(2) 두 삼각기둥의 닮음비

(3) $\overline{C'F'}$ 의 길이

(4) $\angle F$ 의 크기

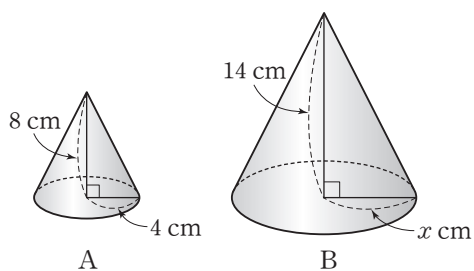
(5) $\angle ABC$ 의 크기

원뿔 또는 원기둥의 닮음비

서로 닮은 두 원뿔(원기둥)에서 닮음비는 다음 비와 같다.

- ① 높이의 비
- ② 밑면인 원의 (또는 지름)의 길이의 비
- ③ 밑면인 원의 의 길이의 비

03 아래 그림에서 두 원뿔 A, B는 서로 닮은 도형일 때, 다음을 구하시오.



(1) 두 원뿔 A, B의 닮음비

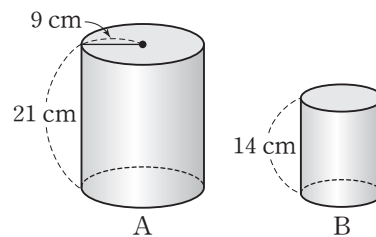
(2) x 의 값

(3) 원뿔 A의 밑면의 둘레의 길이

(4) 원뿔 B의 밑면의 둘레의 길이

(5) 두 원뿔 A, B의 밑면의 둘레의 길이의 비

04 아래 그림에서 두 원기둥 A, B는 서로 닮은 도형일 때, 다음을 구하시오.



(1) 두 원기둥 A, B의 닮음비

(2) 원기둥 B의 밑면의 반지름의 길이

(3) 원기둥 A의 밑면의 둘레의 길이

(4) 원기둥 B의 밑면의 둘레의 길이

(5) 원기둥 A, B의 밑면의 둘레의 길이의 비



04

닮은 평면도형의 넓이의 비

1 도형의 닮음 (1)

서로 닮은 두 평면도형의 닮음비가 $m:n$ 이면

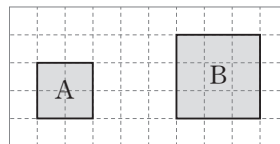
(1) 둘레의 길이의 비 $\rightarrow m:n$

(2) 넓이의 비 $\rightarrow m^2:n^2$

예 오른쪽 그림에서 두 정사각형 A, B의 닮음비가 2:3이므로

둘레의 길이의 비는 $(4 \times 2) : (4 \times 3) = 2:3$

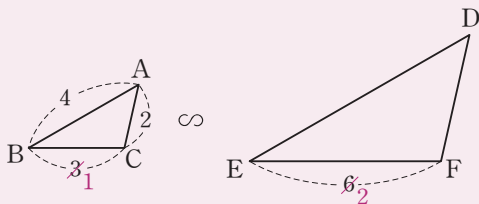
넓이의 비는 $(2 \times 2) : (3 \times 3) = 2^2:3^2 = 4:9$



..... 닮은 평면도형의 둘레의 길이의 비

서로 닮은 두 평면도형의 둘레의 길이의 비는 와 같다.

예

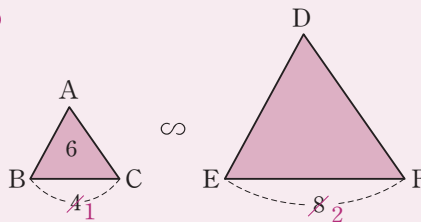


닮음비가 $\rightarrow 9 : (\triangle DEF \text{의 둘레의 길이}) =$
 $\rightarrow (\triangle DEF \text{의 둘레의 길이}) =$

..... 닮은 평면도형의 넓이의 비

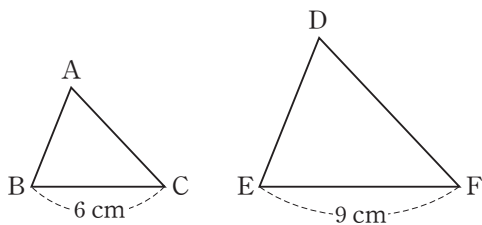
닮음비가 $m:n$ 인 두 평면도형의 넓이의 비 $\rightarrow$

예



닮음비가 $\rightarrow 6 : \triangle DEF =$
 $\rightarrow \triangle DEF =$

01 아래 그림에서 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 일 때, 다음을 구하시오.

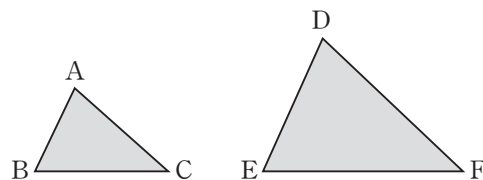


(1) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 닮음비

(2) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이의 비

(3) $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 16 cm일 때, $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이

02 아래 그림에서 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 이고 닮음비가 2:3일 때, 다음을 구하시오.



(1) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 넓이의 비

(2) $\triangle ABC = 12 \text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이

(3) $\triangle DEF = 36 \text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이

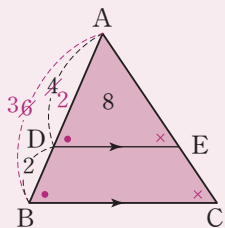
... ㉠ 닮음비를 이용한 삼각형의 넓이 ㉡

서로 닮은 두 삼각형의 대응하는 변의 길이의 비가 $m:n$ 이면

① 닮음비 $\rightarrow$

② 넓이의 비 $\rightarrow$

예



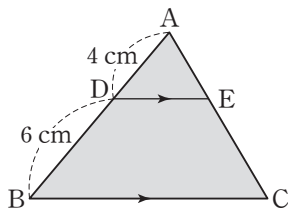
$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ 이고, 닮음비가

$\rightarrow 8 : \triangle ABC =$

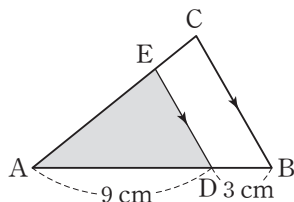
$\rightarrow 4\triangle ABC =$, $\triangle ABC =$

03 다음 그림에서 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.

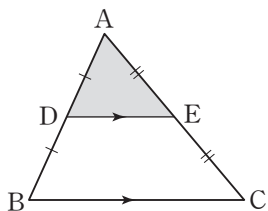
(1) $\triangle ADE = 8 \text{ cm}^2$



(2) $\triangle ABC = 32 \text{ cm}^2$



(3) $\triangle ABC = 24 \text{ cm}^2$

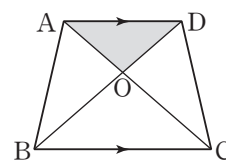


04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인

사다리꼴 ABCD에서

$\overline{AD} : \overline{BC} = 2 : 3$ 이고

$\triangle AOD = 24 \text{ cm}^2$ 일 때, 다음을 구하시오. (단, 점 O는 대각선의 교점이다.)



(1) $\triangle AOD$ 와 $\triangle COB$ 의 넓이의 비

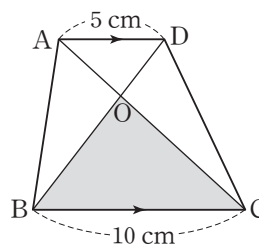
(2) $\triangle OBC$ 의 넓이

05 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서

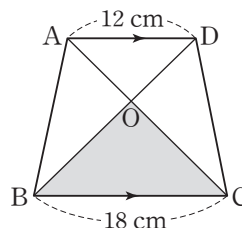
$\triangle OBC$ 의 넓이를 구하시오.

(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

(1) $\triangle AOD = 8 \text{ cm}^2$



(2) $\triangle AOD = 36 \text{ cm}^2$





05

같은 입체도형의 겹넓이의 비와 부피의 비

1 도형의 닮음 (1)

서로 닮은 두 입체도형의 닮음비가 $m:n$ 이면

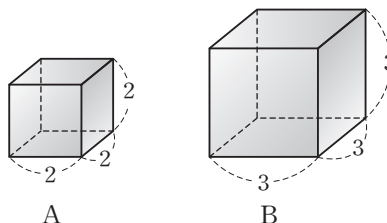
(1) 겹넓이의 비 $\rightarrow m^2:n^2$

(2) 부피의 비 $\rightarrow m^3:n^3$

예 오른쪽 그림에서 두 정육면체 A, B의 닮음비가 2:3이므로

겹넓이의 비는 $(6 \times 2^2) : (6 \times 3^2) = 2^2 : 3^2 = 4 : 9$

부피의 비는 $(2 \times 2 \times 2) : (3 \times 3 \times 3) = 2^3 : 3^3 = 8 : 27$



같은 입체도형의 겹넓이의 비

닮음비가 $m:n$ 인 두 입체도형의 겹넓이의 비 $\rightarrow$

예 서로 닮은 두 사면체 A, B의 닮음비가 2:3이고 사면체 A의 겹넓이가 24 cm^2 일 때

$$24 : (\text{사면체 B의 겹넓이}) = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$\rightarrow$ (사면체 B의 겹넓이) = (cm^2)

같은 입체도형의 부피의 비

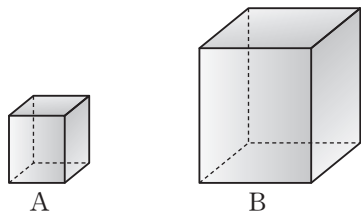
닮음비가 $m:n$ 인 두 입체도형의 부피의 비 $\rightarrow$

예 서로 닮은 두 정사면체 A, B의 닮음비가 1:20이고 정사면체 B의 부피가 24 cm^3 일 때

$$(\text{정사면체 A의 부피}) : 24 = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$\rightarrow$ (정사면체 A의 부피) = (cm^3)

01 아래 그림에서 두 직육면체 A, B는 서로 닮은 도형이고 닮음비가 1:2일 때, 다음을 구하시오.

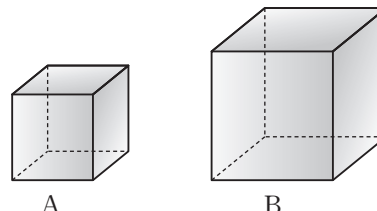


(1) 두 직육면체 A, B의 겹넓이의 비

(2) 직육면체 A의 겹넓이가 10 cm^2 일 때, 직육면체 B의 겹넓이

(3) 직육면체 B의 겹넓이가 36 cm^2 일 때, 직육면체 A의 겹넓이

02 아래 그림에서 두 직육면체 A, B는 서로 닮은 도형이고 닮음비가 2:3일 때, 다음을 구하시오.

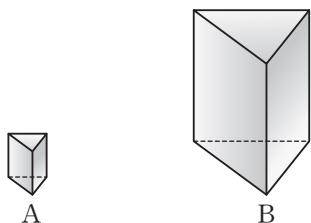


(1) 두 직육면체 A, B의 부피의 비

(2) 직육면체 A의 부피가 24 cm^3 일 때, 직육면체 B의 부피

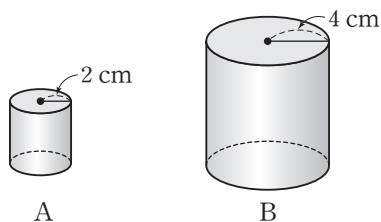
(3) 직육면체 B의 부피가 162 cm^3 일 때, 직육면체 A의 부피

- 03** 아래 그림에서 두 삼각기둥 A, B는 서로 닮은 도형이고 닮음비가 1 : 3일 때, 다음을 구하시오.



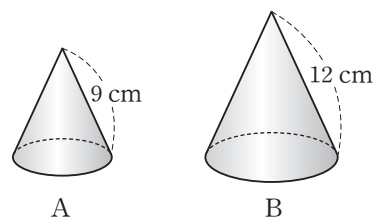
- (1) 두 삼각기둥 A, B의 부피의 비
- (2) 삼각기둥 A의 부피가 5 cm^3 일 때, 삼각기둥 B의 부피
- (3) 삼각기둥 B의 부피가 108 cm^3 일 때, 삼각기둥 A의 부피

- 04** 아래 그림에서 두 원기둥 A, B는 서로 닮은 도형일 때, 다음을 구하시오.



- (1) 두 원기둥 A, B의 닮음비
- (2) 두 원기둥 A, B의 부피의 비
- (3) 원기둥 B의 부피가 $144\pi \text{ cm}^3$ 일 때, 원기둥 A의 부피

- 05** 아래 그림에서 두 원뿔 A, B는 서로 닮은 도형일 때, 다음을 구하시오.



- (1) 두 원뿔 A, B의 닮음비
- (2) 두 원뿔 A, B의 부피의 비
- (3) 원뿔 A의 부피가 $54\pi \text{ cm}^3$ 일 때, 원뿔 B의 부피

- 06** 다음을 구하시오.

- (1) 닮은 두 정사각뿔 A, B의 겹넓이의 비가 9 : 25일 때, 두 정사각뿔 A, B의 닮음비
- (2) 닮은 두 육각기둥 A, B의 겹넓이의 비가 4 : 9일 때, 두 육각기둥 A, B의 부피의 비
- (3) 두 구 A, B의 부피의 비가 1 : 8일 때, 두 구 A, B의 겹넓이의 비



06

삼각형의 닮음 조건

1 도형의 닮음 (1)

$\triangle ABC$ 와 $\triangle A'B'C'$ 은 다음 세 조건 중 어느 하나를 만족시키면 두 삼각형은 서로 닮은 도형이다.

(1) 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같다. (SSS 닮음)

$$\rightarrow a:a'=b:b'=c:c'$$

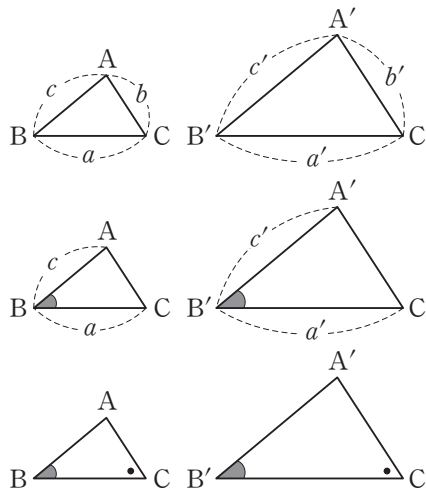
(2) 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같다.

(SAS 닮음)

$$\rightarrow a:a'=c:c', \angle B = \angle B'$$

(3) 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같다. (AA 닮음)

$$\rightarrow \angle B = \angle B', \angle C = \angle C'$$



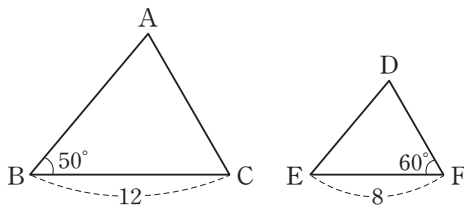
삼각형의 닮음 조건

① 세 쌍의 의 길이의 비가 같다. $\rightarrow$ 닮음

② 두 쌍의 의 길이의 비가 같고, 그 의 크기가 같다. $\rightarrow$ 닮음

③ 두 쌍의 의 크기가 각각 같다. $\rightarrow$ 닮음

01 다음 조건이 주어질 때, 아래 그림에서 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 이면 ○표, 그렇지 않으면 ×표를 하시오.



(1) $\overline{AB} = 12, \overline{DE} = 8$ ()

(2) $\overline{AC} = 15, \overline{DF} = 12$ ()

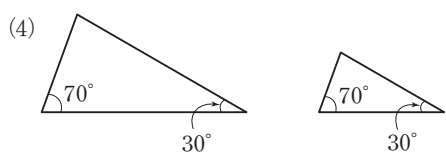
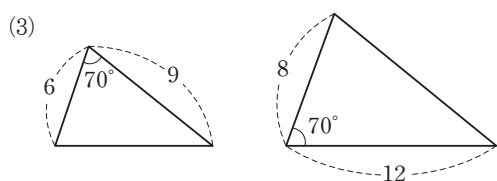
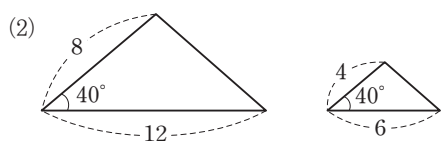
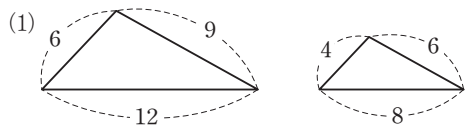
(3) $\overline{AC} = 9, \overline{DF} = 6, \angle C = 60^\circ$ ()

(4) $\overline{AB} : \overline{DE} = 3 : 2, \angle E = 50^\circ$ ()

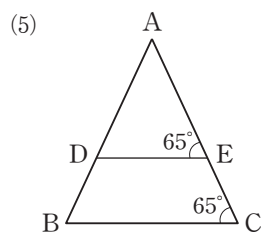
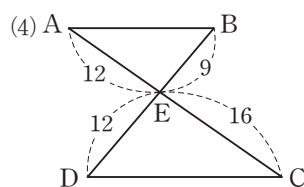
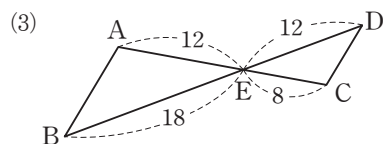
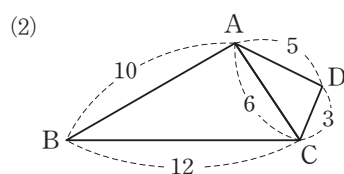
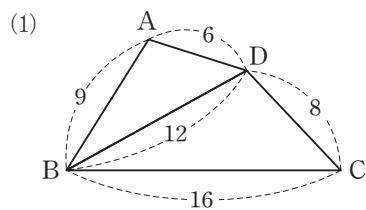
(5) $\angle A = 60^\circ, \angle D = 80^\circ$ ()

(6) $\angle C = 60^\circ, \angle D = 70^\circ$ ()

02 다음 두 삼각형이 서로 닮음일 때, 닮음 조건을 말하시오.



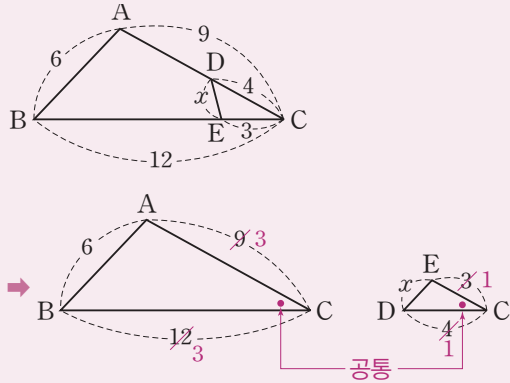
03 다음 그림에서 서로 닮음인 삼각형을 찾아 기호 $\sim$ 를 사용하여 나타내고, 그때의 닮음 조건을 쓰시오.



... SAS 닮음을 이용하여 변의 길이 구하기 ...

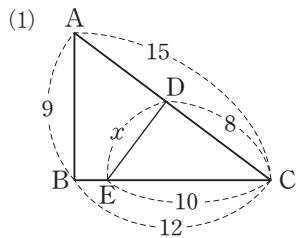
인 각을 찾아 끼인각으로 보고, 두 변의 길이의 비를 알아 본다.

예



→ $6 : x = \frac{12}{3}$ ∴ $x = 1.5$

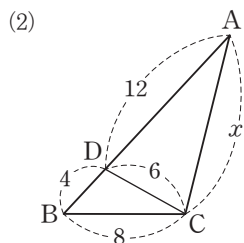
04 아래 그림에서 닮음인 두 삼각형을 찾고 다음을 구하시오.



① 닮음인 삼각형과 닮음 조건

② 닮음비

③ x 의 값

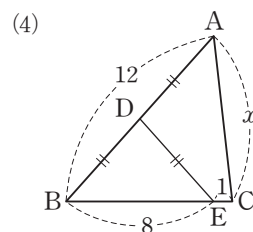
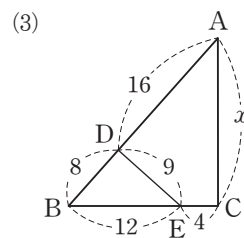
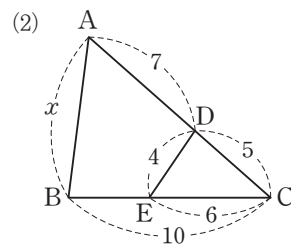
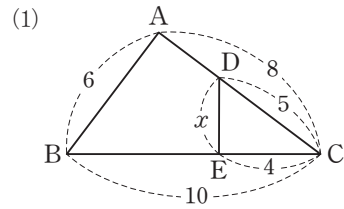


① 닮음인 삼각형과 닮음 조건

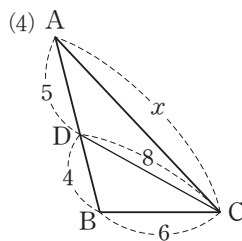
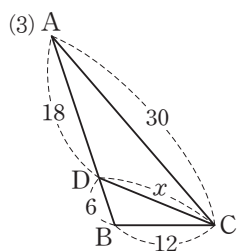
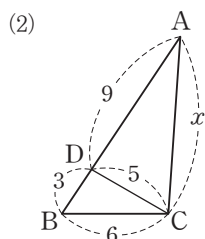
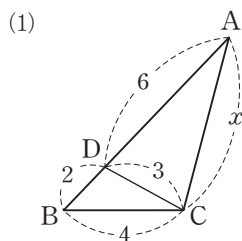
② 닮음비

③ x 의 값

05 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.



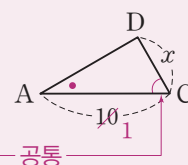
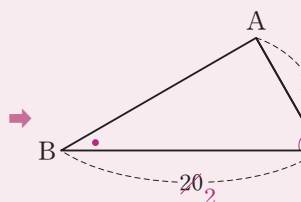
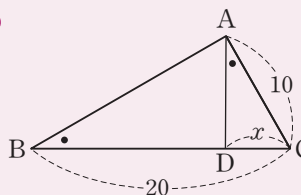
06 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.



... AA 답음을 이용하여 변의 길이 구하기 ...

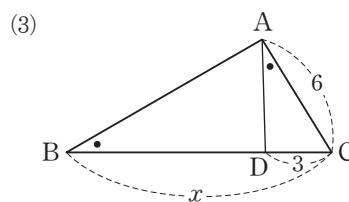
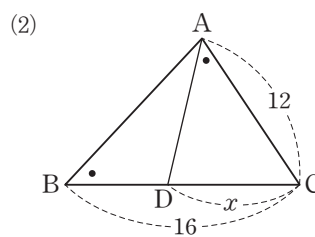
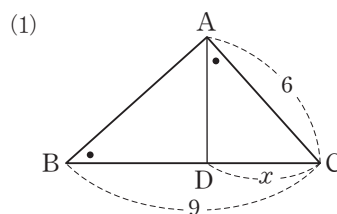
인 각과 크기가 같은 다른 한 각을 찾는다.

예



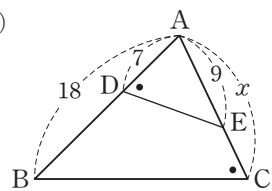
$\rightarrow 10 : x = \frac{20}{2} \quad \therefore x = 10$

07 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.

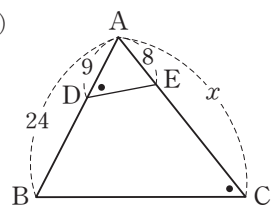


08 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.

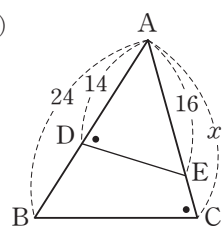
(1)



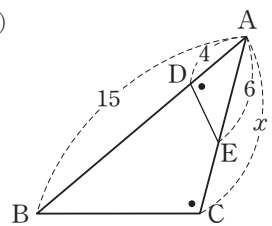
(2)



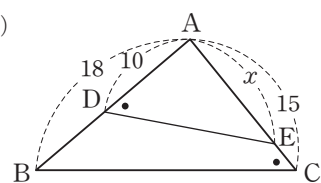
(3)



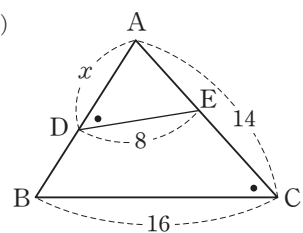
(4)



(5)

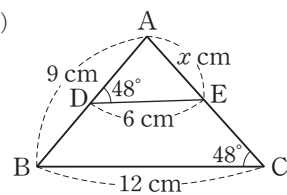


(6)

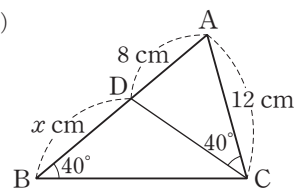


09 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.

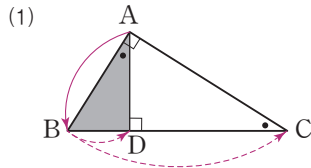
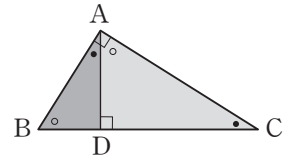
(1)



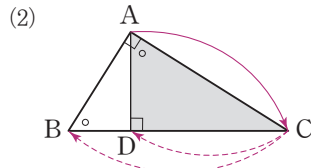
(2)



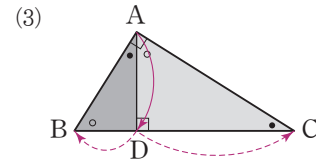
$\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 빗변 BC에 내린 수선의 발을 D라 하면 $\triangle ABC \sim \triangle DBA \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)이다.



$$\begin{aligned} \triangle ABC &\sim \triangle DBA \\ \overline{AB} : \overline{DB} &= \overline{BC} : \overline{BA} \\ \therefore \overline{AB}^2 &= \overline{BD} \times \overline{BC} \\ \text{예 } \overline{AB} &= x, \overline{BD} = 4, \\ \overline{BC} &= 9 \text{ 일 때,} \\ x^2 &= 4 \times 9 = 36 \\ \therefore x &= 6 (\because x > 0) \end{aligned}$$

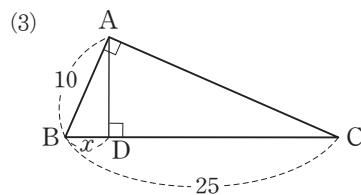
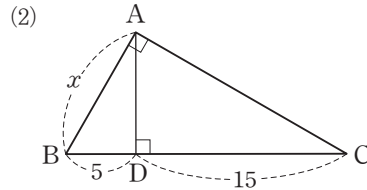
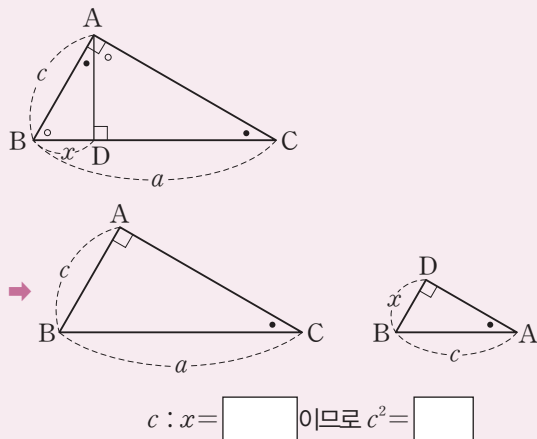


$$\begin{aligned} \triangle ABC &\sim \triangle DAC \\ \overline{AC} : \overline{DC} &= \overline{BC} : \overline{AC} \\ \therefore \overline{AC}^2 &= \overline{CD} \times \overline{CB} \\ \text{예 } \overline{AC} &= x, \overline{CD} = 4, \\ \overline{CB} &= 16 \text{ 일 때,} \\ x^2 &= 4 \times 16 = 64 \\ \therefore x &= 8 (\because x > 0) \end{aligned}$$

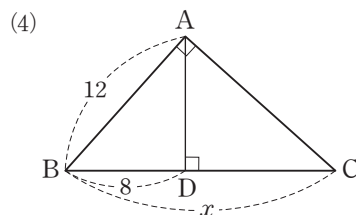
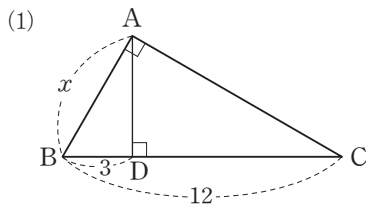


$$\begin{aligned} \triangle DBA &\sim \triangle DAC \\ \overline{DB} : \overline{DA} &= \overline{DA} : \overline{DC} \\ \therefore \overline{AD}^2 &= \overline{DB} \times \overline{DC} \\ \text{예 } \overline{AD} &= 6, \overline{DB} = x, \\ \overline{DC} &= 12 \text{ 일 때,} \\ 6^2 &= x \times 12, 12x = 36 \\ \therefore x &= 3 \end{aligned}$$

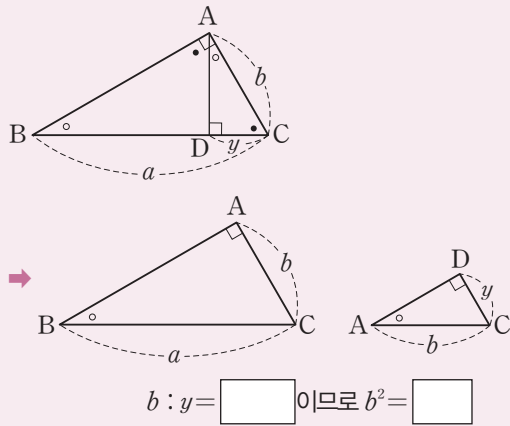
직각삼각형의 닮음의 응용 (1)



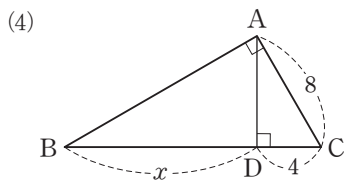
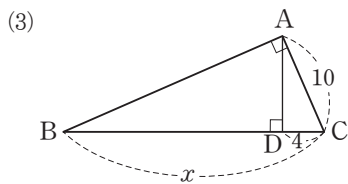
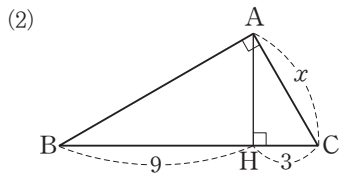
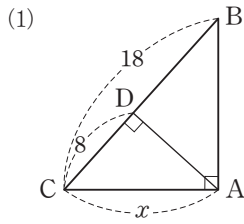
01 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.



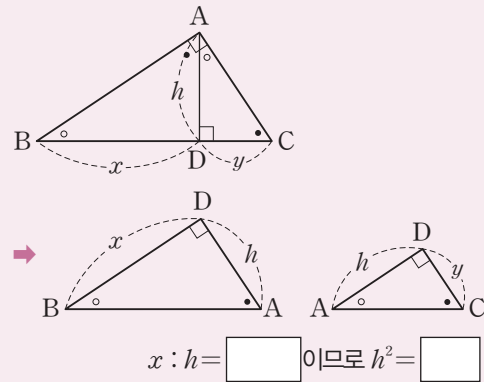
직각삼각형의 닮음의 응용 (2)



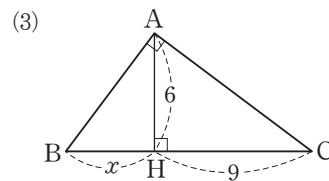
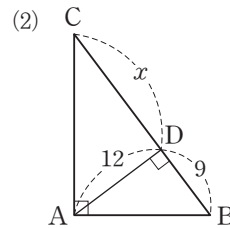
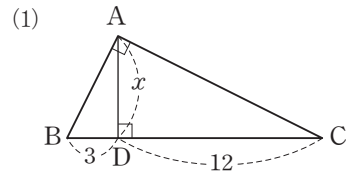
02 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.



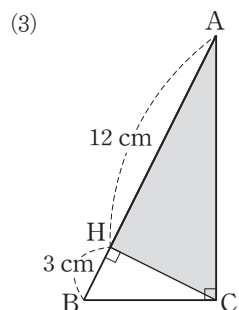
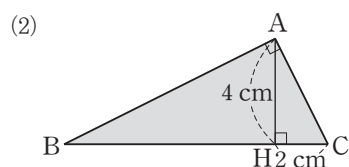
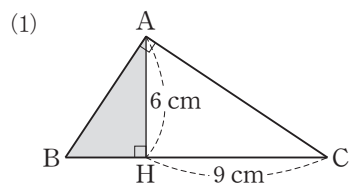
직각삼각형의 닮음의 응용 (3)



03 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.



04 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 색칠한 삼각형의 넓이를 구하시오.

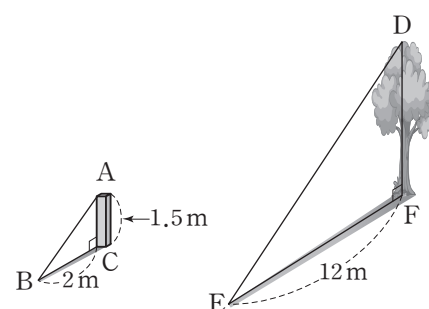


..... 실생활에서 닮음의 활용

닮음을 이용하여 높이를 구하는 문제는 다음 순서로 해결한다.

- ① 닮은 두 도형을 찾는다.
- ② 를 구한다.
- ③ 을 이용하여 높이를 구한다.

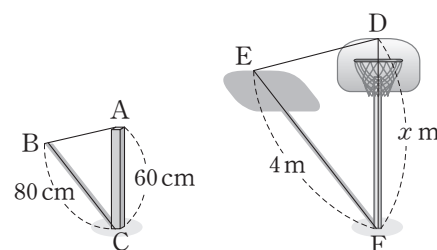
05 아래 그림은 같은 시각의 막대와 나무의 그림자의 길이를 나타낸 것이다. 다음을 구하시오.



(1) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 닮음비

(2) 나무의 높이

06 아래 그림은 같은 시각의 막대와 농구대의 그림자의 길이를 나타낸 것이다. 다음을 구하시오.



(1) $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 닮음비

(2) x 의 값

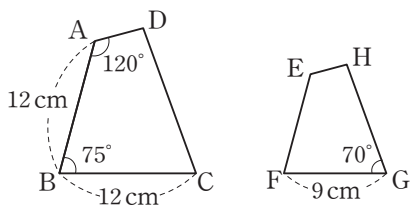


내신 도전

01 다음 중 항상 서로 닮은 도형이라고 할 수 없는 것은?

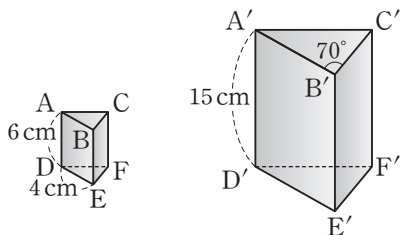
- ① 두 원
- ② 두 직각이등변삼각형
- ③ 두 정사면체
- ④ 두 구
- ⑤ 두 원기둥

02 아래 그림에서 $\square ABCD \sim \square EFGH$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



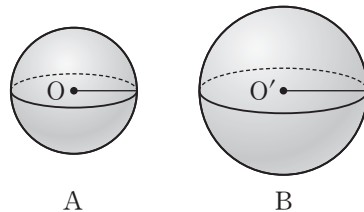
- ① $\angle C = 65^\circ$
- ② $\angle H = 95^\circ$
- ③ $\overline{EF} = 8 \text{ cm}$
- ④ $\overline{CD} : \overline{GH} = 3 : 2$
- ⑤ $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 닮음비는 4 : 3이다.

03 아래 그림에서 두 삼각기둥은 서로 닮은 도형이고 $\overline{AD}$ 에 대응하는 모서리가 $\overline{A'D'}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\angle ABC = 70^\circ$
- ② $\overline{D'E'} = 10 \text{ cm}$
- ③ $\triangle DEF \sim \triangle D'E'F'$
- ④ 닮음비는 2 : 3이다.
- ⑤ $\overline{BC} : \overline{B'C'} = \overline{CF} : \overline{C'F'}$

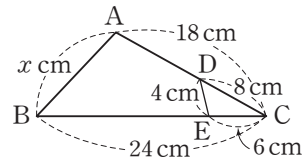
04 다음 그림과 같은 두 구 A, B는 서로 닮은 도형이고 반지름의 길이의 비는 2 : 3이다. 구 A의 부피가 $40\pi \text{ cm}^3$ 일 때, 구 B의 부피는?



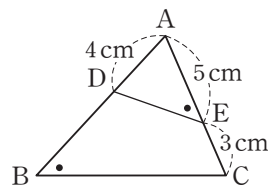
- ① $120\pi \text{ cm}^3$
- ② $125\pi \text{ cm}^3$
- ③ $130\pi \text{ cm}^3$
- ④ $135\pi \text{ cm}^3$
- ⑤ $140\pi \text{ cm}^3$

05 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 x 의 값은?

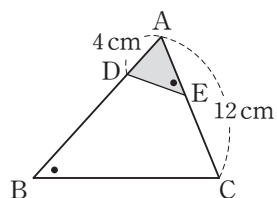
- ① 9
- ② 11
- ③ 12
- ④ 14
- ⑤ 15



06 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = \angle AED$ 이고 $\overline{AD} = 4 \text{ cm}$, $\overline{AE} = 5 \text{ cm}$, $\overline{EC} = 3 \text{ cm}$ 일 때, $\overline{DB}$ 의 길이를 구하시오.

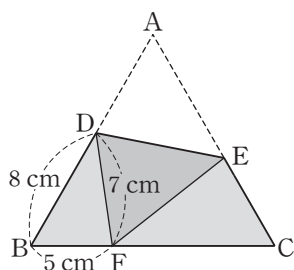


- 07 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle ABC = \angle AED$ 이고
 $\triangle ABC = 72 \text{ cm}^2$ 일 때,
 $\triangle ADE$ 의 넓이는?



- ① 8 cm^2 ② 9 cm^2 ③ 12 cm^2
 ④ 18 cm^2 ⑤ 24 cm^2

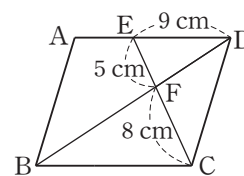
- [08~09] 다음 그림은 정삼각형 ABC를 $\overline{DE}$ 를 접는 선으로 하여 꼭
 짓점 A가 $\overline{BC}$ 위의 점 F에 오도록 접은 것이다. 물음에 답하시오.



- 08 $\overline{CF}$ 의 길이를 구하시오.

- 09 $\overline{AE}$ 의 길이를 구하시오.

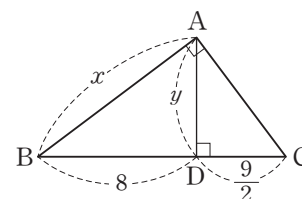
- 10 오른쪽 그림과 같은 평행사변형
 ABCD에서 $\overline{AD}$ 위의 점 E에
 대하여 대각선 BD와 $\overline{CE}$ 가 만
 나는 점을 F라 하자.



$\overline{ED} = 9 \text{ cm}$, $\overline{EF} = 5 \text{ cm}$,
 $\overline{CF} = 6 \text{ cm}$ 일 때, $\overline{AE}$ 의 길이는?

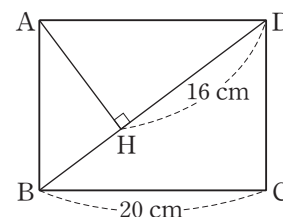
- ① 5 cm ② $\frac{27}{5} \text{ cm}$ ③ 6 cm
 ④ $\frac{32}{5} \text{ cm}$ ⑤ 7 cm

- 11 오른쪽 그림과 같이
 $\angle A = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 일 때, $x + y$ 의
 값은?



- ① 13 ② 14
 ③ 15 ④ 16
 ⑤ 17

- 12 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD의 꼭짓점 A에서
 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{BC} = 20 \text{ cm}$,
 $\overline{DH} = 16 \text{ cm}$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하시오.



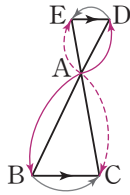
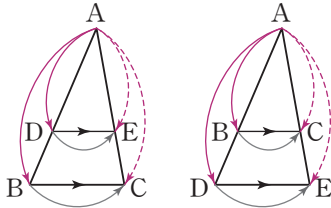
삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비 (1)

2 도형의 닮음 (2)

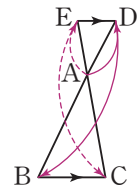
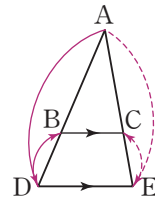
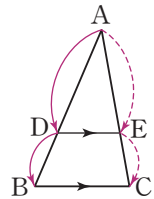
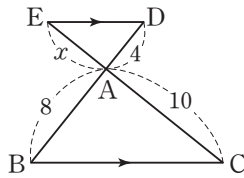
△ABC에서 점 D, E가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 또는 그 연장선 위의 점일 때, $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이면

(1) $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE} = \overline{BC} : \overline{DE}$

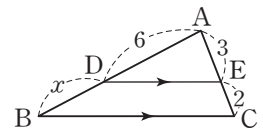
(2) $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$



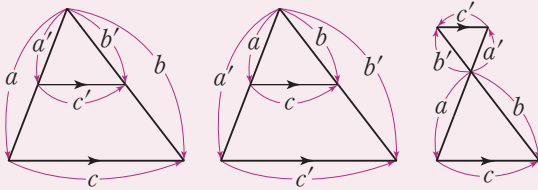
예 오른쪽 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때
 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$ 이므로
 $8 : 4 = 10 : x$, $8x = 40$
 $\therefore x = 5$



예 오른쪽 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때
 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$ 이므로
 $6 : x = 3 : 2$, $3x = 12$
 $\therefore x = 4$

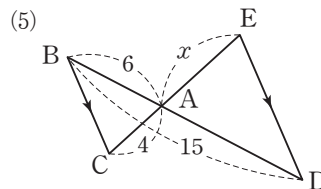
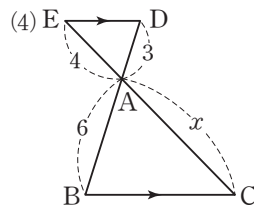
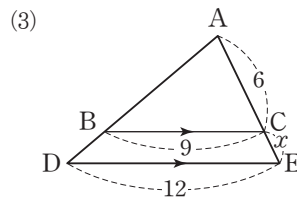
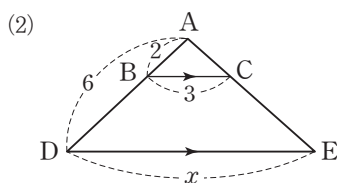
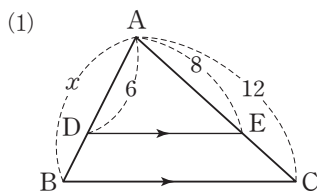


삼각형에서 선분의 길이의 비 (1)

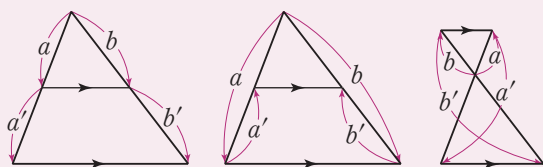


$\rightarrow a : a' = \square = \square$

01 다음 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때, x 의 값을 구하시오.

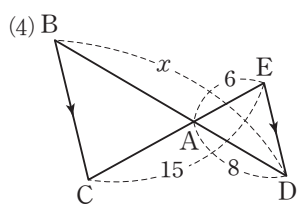
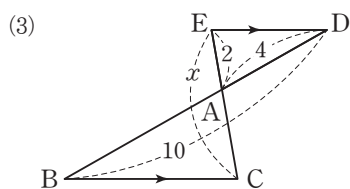
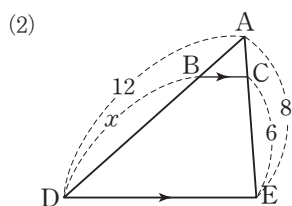
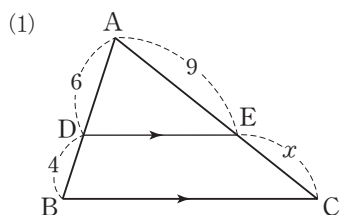


... 삼각형에서 선분의 길이의 비 (2) ...

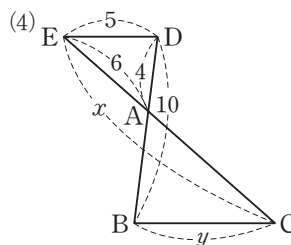
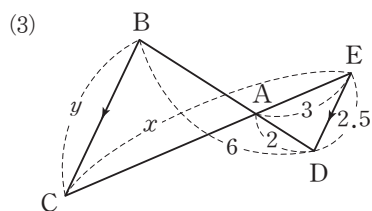
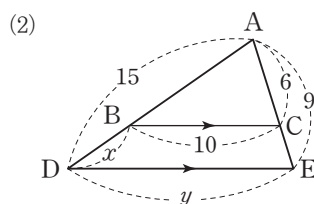
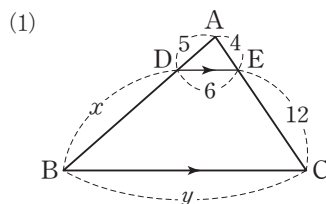


→ $a : a' =$

02 다음 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때, x 의 값을 구하시오.



03 다음 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때, x, y 의 값을 각각 구하시오.



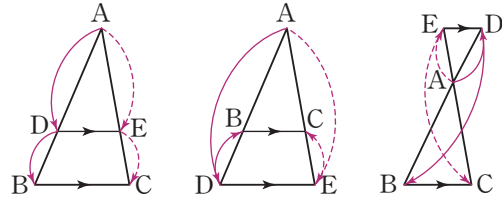
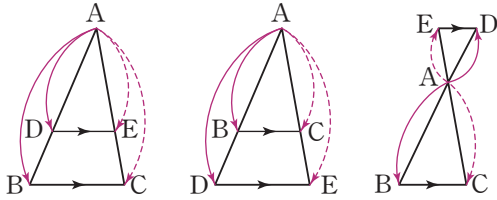
삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비 (2)

2 도형의 닮음 (2)

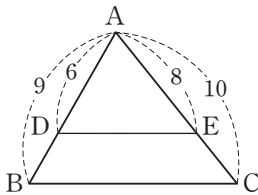
△ABC에서 점 D, E가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 또는 그 연장선 위의 점일 때,

(1) $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$ 이면 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$

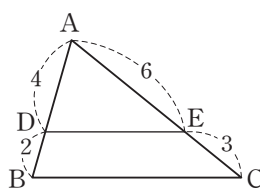
(2) $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$ 이면 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$



예



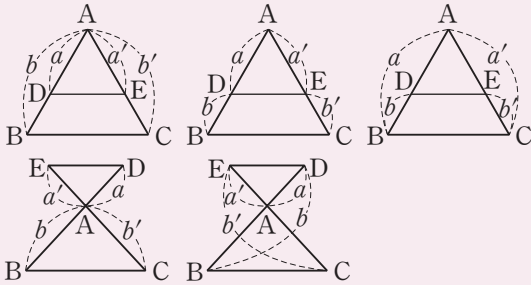
$\overline{AB} : \overline{AD} = 9 : 6 = 3 : 2$,
 $\overline{AC} : \overline{AE} = 10 : 8 = 5 : 4$
 이므로 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 가 아니다.



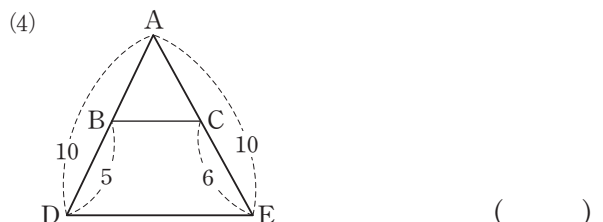
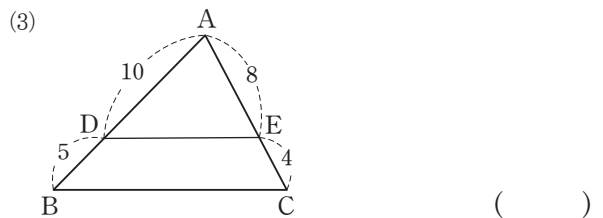
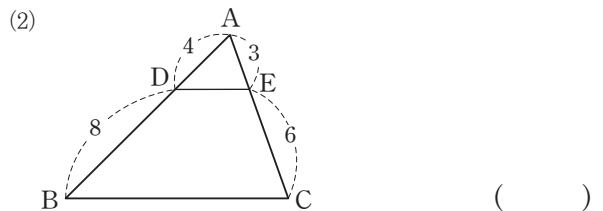
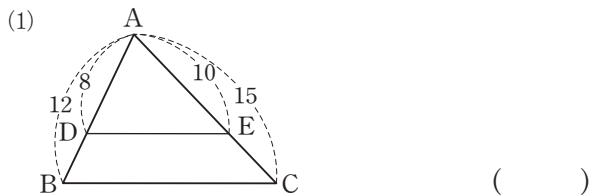
$\overline{AD} : \overline{DB} = 4 : 2 = 2 : 1$,
 $\overline{AE} : \overline{EC} = 6 : 3 = 2 : 1$
 이므로 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 이다.

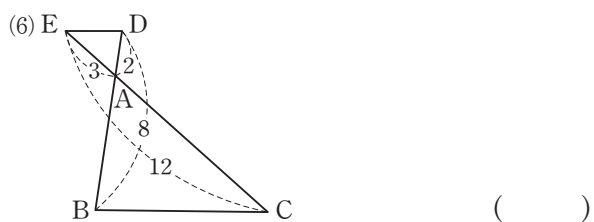
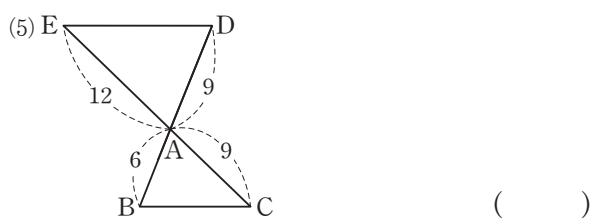
삼각형에서 평행선 찾기

다음 그림에서 $a : a' = \square$ 이면 $\overline{BC} \parallel \square$

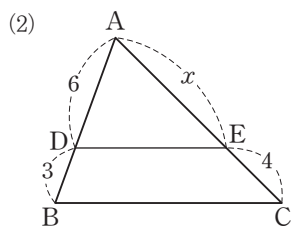
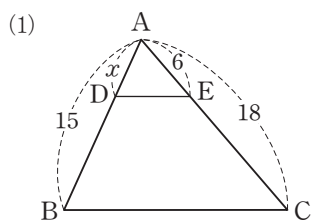


01 다음 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 인 것은 ○표, 아닌 것은 ×표 하시오.

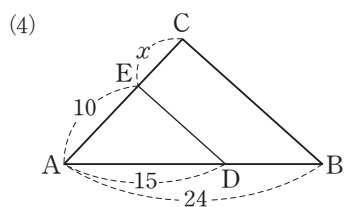
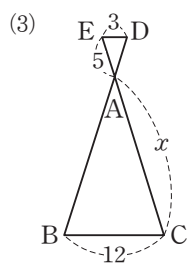
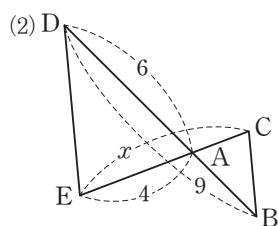
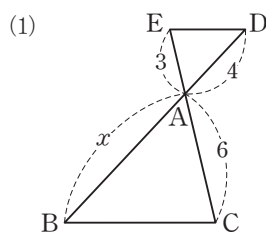




02 다음 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 가 되기 위한 x 의 값을 구하시오.



03 다음 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 가 되기 위한 x 의 값을 구하시오.





개념

10

삼각형의 각의 이등분선

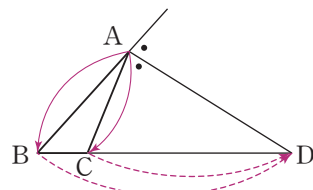
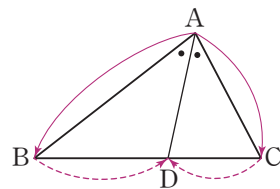
2 도형의 닮음 (2)

- (1) 삼각형의 내각의 이등분선: $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하면
 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

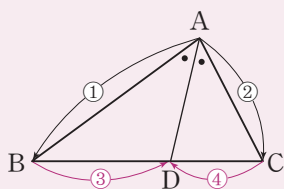
예 $\overline{AB}=8, \overline{AC}=4, \overline{BD}=x, \overline{DC}=3$ 일 때,
 $8 : 4 = x : 3, 4x = 24 \quad \therefore x = 6$

- (2) 삼각형의 외각의 이등분선: $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선이 $\overline{BC}$ 의 연장선과 만나는 점을 D 라 하면
 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

예 $\overline{AB}=6, \overline{AC}=4, \overline{BD}=x, \overline{DC}=6$ 일 때,
 $6 : 4 = x : 6, 4x = 36 \quad \therefore x = 9$



삼각형의 내각의 이등분선

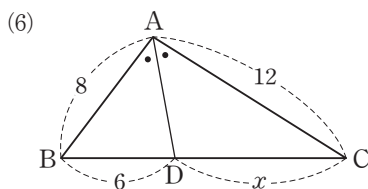
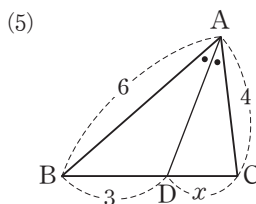
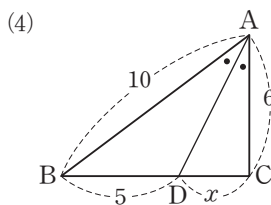
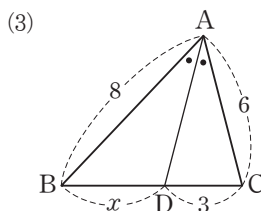
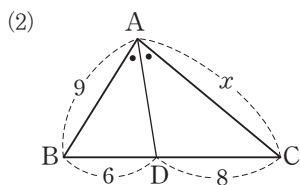
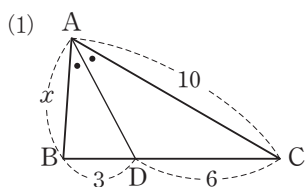


$\angle BAD = \angle CAD$ 일 때,

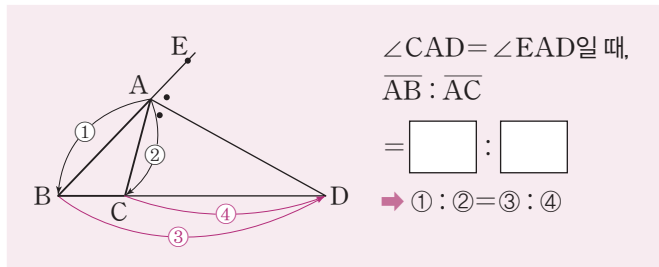
$\overline{AB} : \overline{AC} = \square : \square$

$\rightarrow ① : ② = ③ : ④$

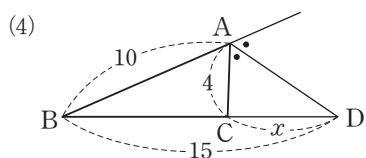
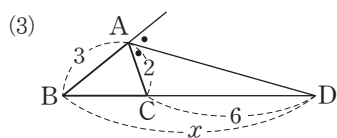
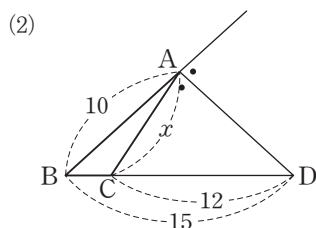
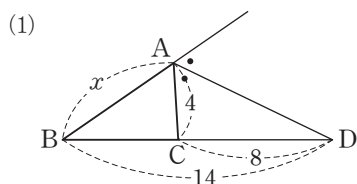
- 01 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선일 때, x 의 값을 구하시오.



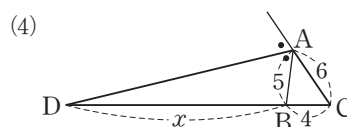
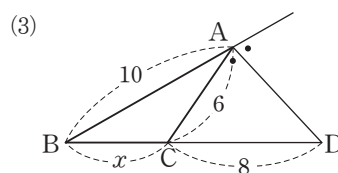
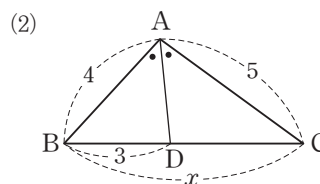
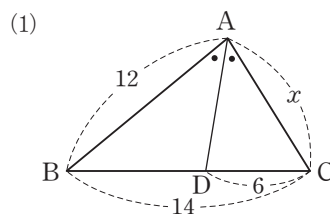
... 삼각형의 외각의 이등분선



02 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 외각의 이등분선일 때, x 의 값을 구하시오.



03 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 또는 $\angle A$ 의 외각의 이등분선일 때, x 의 값을 구하시오.





삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질

2 도형의 닮음 (2)

(1) $\triangle ABC$ 에서 점 M, N이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이면

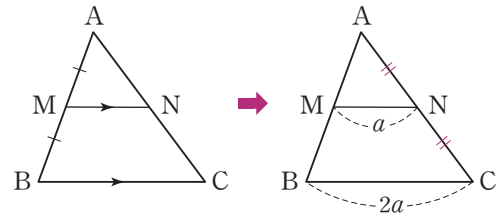
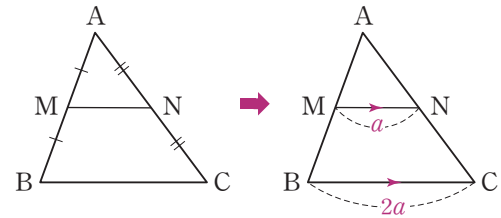
$$\overline{MN} \parallel \overline{BC}, \overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC}$$

예 $\overline{MN} = 3$ 일 때, $\overline{BC} = 2 \times 3 = 6$

(2) $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$ 이고 $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ 이면

$$\overline{AN} = \overline{NC}, \overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC}$$

예 $\overline{NC} = 3$ 일 때, $\overline{AN} = \overline{NC} = 3$

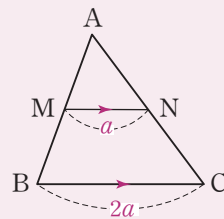


삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질 (1)

$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AM} = \overline{MB}, \overline{AN} = \boxed{}$$

$$\Rightarrow \overline{MN} \parallel \boxed{}, \overline{MN} = \boxed{}$$

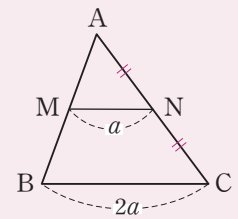


삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질 (2)

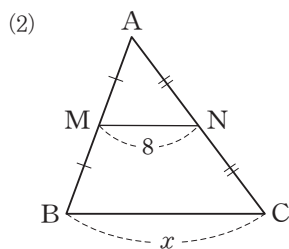
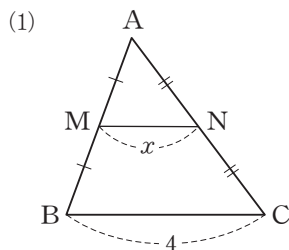
$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AM} = \overline{MB}, \overline{MN} \parallel \boxed{}$$

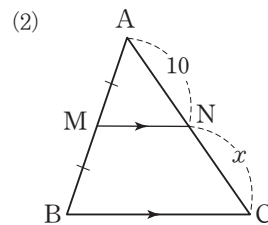
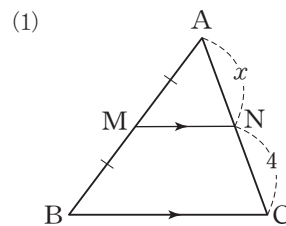
$$\Rightarrow \overline{AN} = \boxed{}, \overline{MN} = \boxed{}$$



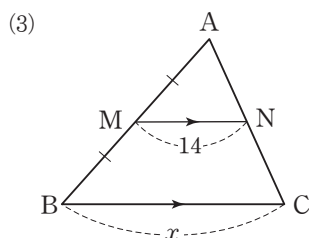
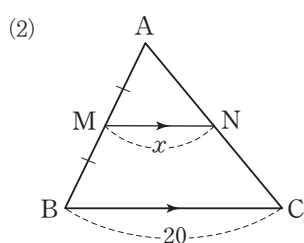
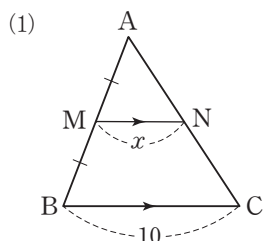
01 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 M, N이라 할 때, x 의 값을 구하시오.



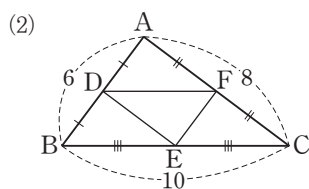
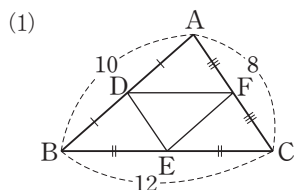
02 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 의 중점이 M이고 $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ 일 때, x 의 값을 구하시오.



- 03** 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 의 중점이 M이고 $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ 일 때, x 의 값을 구하시오.



- 04** 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 세 점 D, E, F가 각각 세 변의 중점일 때, $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이를 구하시오.

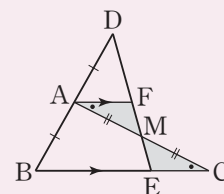


삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질의 응용

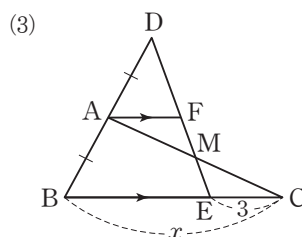
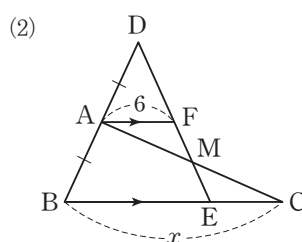
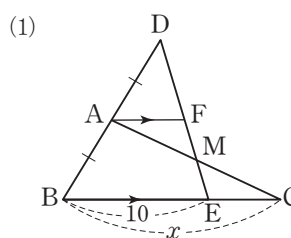
오른쪽 그림에서 $\overline{AD} = \overline{AB}$,
 $\overline{AM} = \overline{CM}$, $\overline{AF} \parallel \overline{BC}$ 이면

① $\triangle AMF \equiv$

② $\overline{BE} = 2\overline{AF} =$



- 05** 다음 그림에서 $\overline{BD}$ 의 중점이 A이고 $\overline{AF} \parallel \overline{BC}$ 일 때, x 의 값을 구하시오.



개념 12

사다리꼴에서 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질

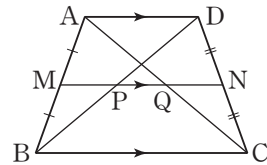
2 도형의 닮음 (2)

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 의 중점을 각각 M, N이라 하면

(1) $\overline{AD} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$

(2) $\overline{MN} = \overline{MP} + \overline{PN} = \frac{1}{2} \overline{AD} + \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} (\overline{AD} + \overline{BC})$

(3) $\overline{PQ} = \overline{MQ} - \overline{MP} = \frac{1}{2} \overline{BC} - \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} (\overline{BC} - \overline{AD})$ (단, $\overline{BC} > \overline{AD}$)

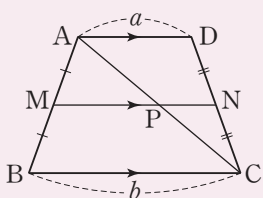


... 사다리꼴에서 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질 (1)

$\overline{AD} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$

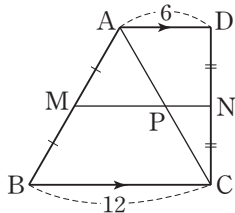
→ $\overline{MP} = \square$, $\overline{PN} = \square$

→ $\overline{MN} = \square$



01 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{DN} = \overline{CN}$ 일 때, 다음을 구하시오.

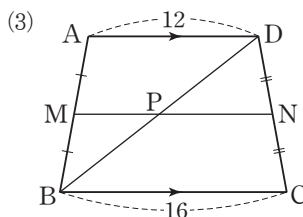
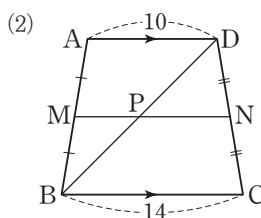
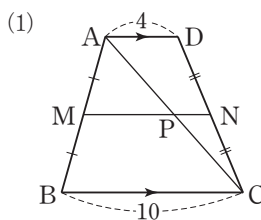
(1) $\overline{MP}$ 의 길이



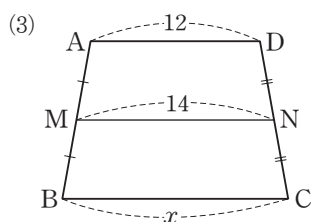
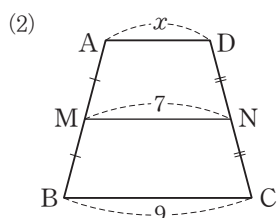
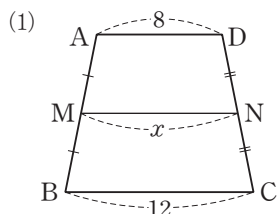
(2) $\overline{PN}$ 의 길이

(3) $\overline{MN}$ 의 길이

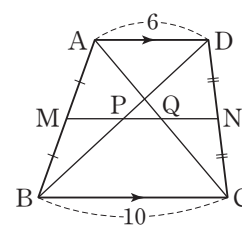
02 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{DN} = \overline{CN}$ 일 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하시오.



- 03** 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{DN} = \overline{CN}$ 일 때, x 의 값을 구하시오.



- 04** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{DN} = \overline{CN}$ 일 때, 다음을 구하시오.

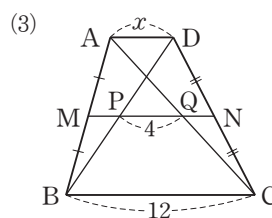
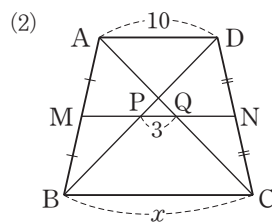
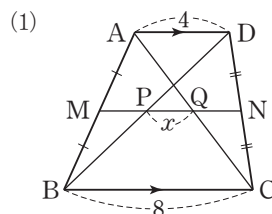


(1) $\overline{MQ}$ 의 길이

(2) $\overline{MP}$ 의 길이

(3) $\overline{PQ}$ 의 길이

- 05** 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{DN} = \overline{CN}$ 일 때, x 의 값을 구하시오.

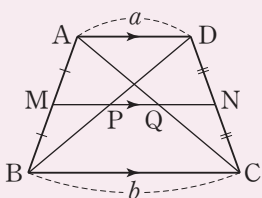


... 사다리꼴에서 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질 (2)

$$\overline{AD} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{BC}$$

$$\rightarrow \overline{MQ} = \boxed{}, \overline{MP} = \boxed{}$$

$$\rightarrow \overline{PQ} = \boxed{} \quad (\text{단, } b > a)$$





개념

13

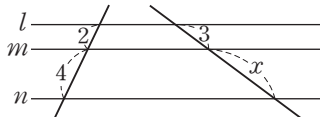
평행선 사이의 선분의 길이의 비

2 도형의 닮음 (2)

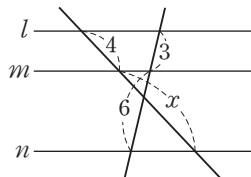
세 개 이상의 평행선이 다른 두 직선과 만날 때, 그 두 직선이 평행선에 의하여 잘려서 생기는 선분의 길이의 비는 같다.

→ $l \parallel m \parallel n$ 이면 $a:b=c:d$ 또는 $a:c=b:d$

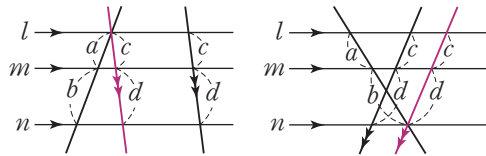
예 $l \parallel m \parallel n$ 일 때



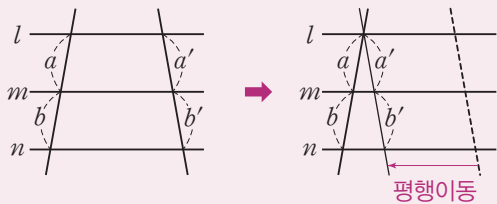
$$2:4=3:x, 2x=12 \quad \therefore x=6$$



$$4:x=3:6, 3x=24 \quad \therefore x=8$$

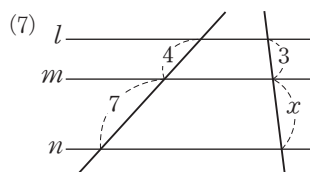
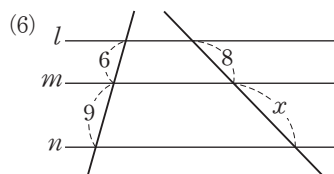
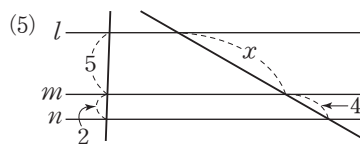
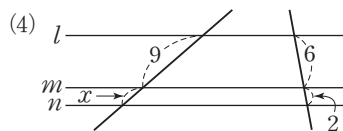
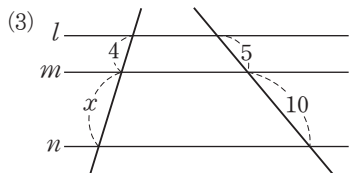
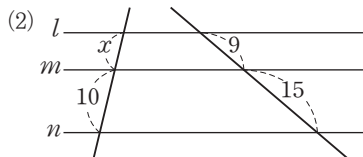
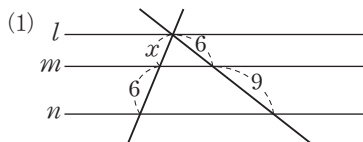


... 평행선 사이의 선분의 길이의 비 (1) ...

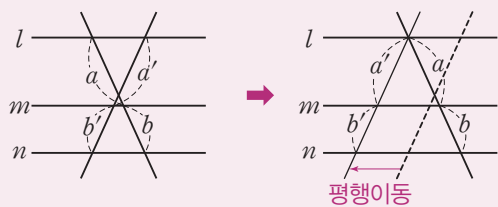


$$l \parallel m \parallel n \rightarrow a:b = \boxed{} \text{ 또는 } a:a' = \boxed{}$$

01 다음 그림에서 $l \parallel m \parallel n$ 일 때, x 의 값을 구하시오.

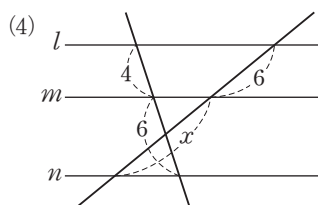
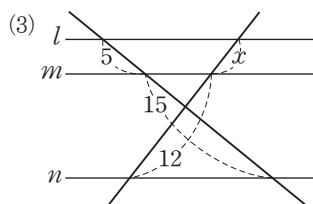
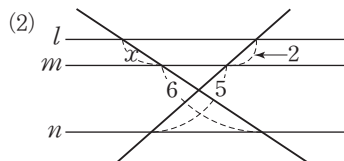
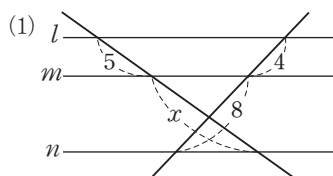


... 0 평행선 사이의 선분의 길이의 비 (2) ...

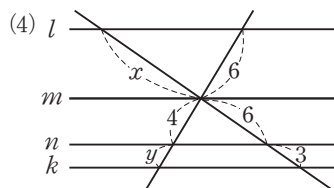
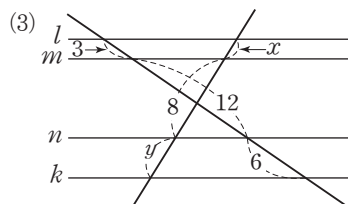
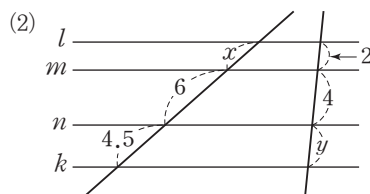
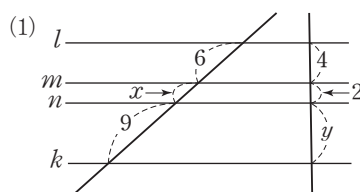


$l \parallel m \parallel n \rightarrow a : b = \square$ 또는 $a : a' = \square$

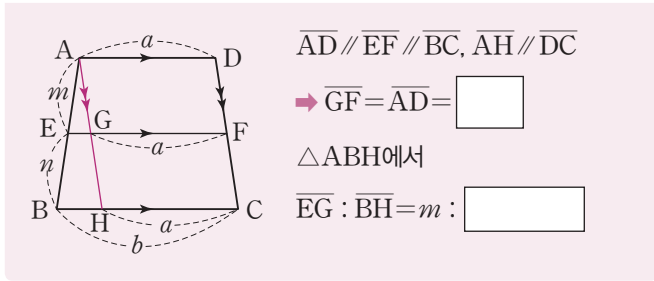
02 다음 그림에서 $l \parallel m \parallel n$ 일 때, x 의 값을 구하시오.



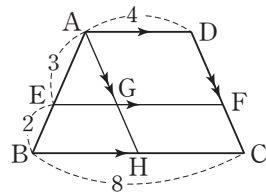
03 다음 그림에서 $l \parallel m \parallel n \parallel k$ 일 때, x, y 의 값을 각각 구하시오.



... 04 사다리꼴에서 평행선과 선분의 길이의 비-평행선 긋기



04 오른쪽 그림과 같은 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AH} \parallel \overline{DC}$ 일 때, 다음을 구 하시오.



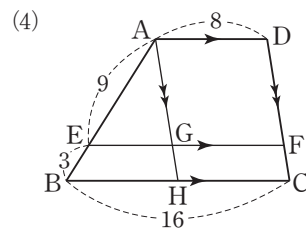
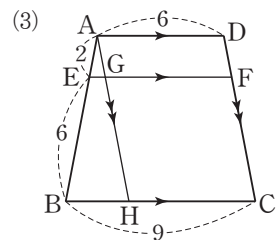
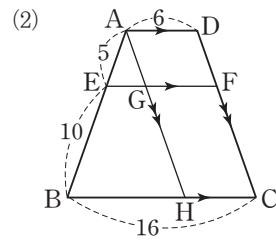
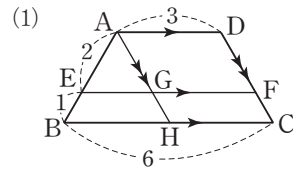
(1) $\overline{GF}$ 의 길이

(2) $\overline{BH}$ 의 길이

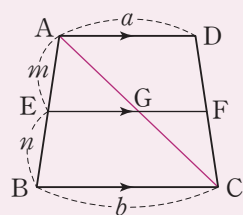
(3) $\overline{EG}$ 의 길이

(4) $\overline{EF}$ 의 길이

05 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AH} \parallel \overline{DC}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하시오.



... 사다리꼴에서 평행선과 선분의 길이의 비-대각선 긋기



$$\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$$

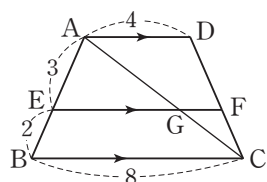
→ $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{EG} : \overline{BC} = m : \quad \square$$

$\triangle ACD$ 에서

$$\overline{GF} : \overline{AD} = n : \quad \square$$

06 오른쪽 그림과 같은 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$ 일 때, 다음을 구하시오.

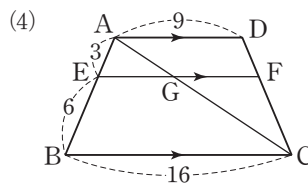
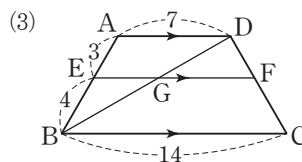
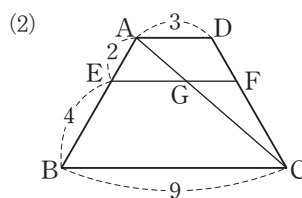
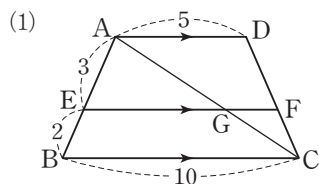


(1) $\overline{EG}$ 의 길이

(2) $\overline{GF}$ 의 길이

(3) $\overline{EF}$ 의 길이

07 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하시오.





14

삼각형의 중선

2 도형의 닮음 (2)

(1) 삼각형의 중선: 삼각형의 한 꼭짓점과 그 대변의 중점을 이은 선분

(2) 삼각형의 중선의 성질

① 삼각형의 중선은 그 삼각형의 넓이를 이등분한다.

$$\rightarrow \triangle ABD = \triangle ACD$$

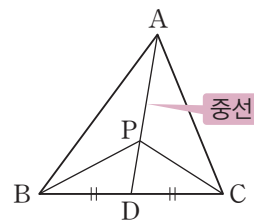
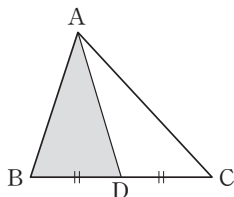
② 점 P가 중선 AD 위의 점이면 $\triangle PBD = \triangle PCD$, $\triangle ABP = \triangle ACP$

예 오른쪽 그림에서 $\overline{AD}$ 가 $\triangle ABC$ 의 중선이고

$$\triangle ABC = 10 \text{ cm}^2 \text{ 일 때,}$$

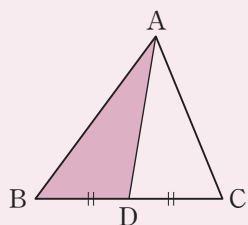
$$\triangle ABD = \triangle ACD = \frac{1}{2} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 = 5 (\text{cm}^2)$$



참고 밑변의 길이가 같고, 높이가 같으므로 두 삼각형의 넓이는 같다.

삼각형의 중선과 넓이 (1)

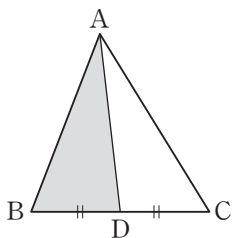


$\overline{AD}$ 가 $\triangle ABC$ 의 일 때

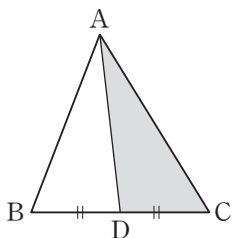
$$\rightarrow \triangle ABD = \text{} \triangle ABC$$

01 $\triangle ABC$ 의 넓이가 다음과 같이 주어질 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.

(1) $\triangle ABC = 16 \text{ cm}^2$

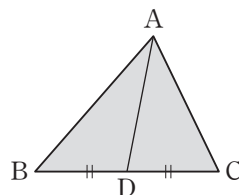


(2) $\triangle ABC = 22 \text{ cm}^2$

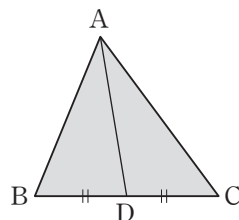


02 $\triangle ABD$ 의 넓이가 다음과 같이 주어질 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하시오.

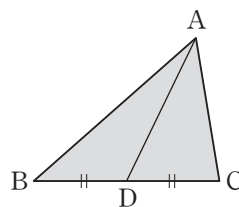
(1) $\triangle ABD = 7 \text{ cm}^2$



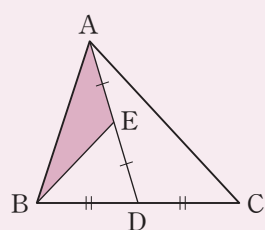
(2) $\triangle ABD = 15 \text{ cm}^2$



(3) $\triangle ABD = 22 \text{ cm}^2$



... 03 삼각형의 중선과 넓이 (2)

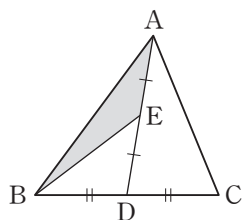


$\overline{AD}$ 가 $\triangle ABC$ 의 중선, 점 E가 $\overline{AD}$ 의 중점일 때

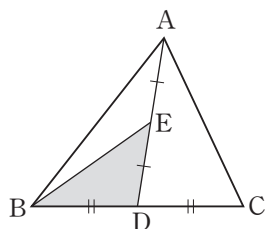
$$\begin{aligned} \rightarrow \triangle ABE &= \boxed{} \triangle ABD \\ &= \boxed{} \triangle ABC \end{aligned}$$

03 $\triangle ABC$ 의 넓이가 다음과 같이 주어질 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.

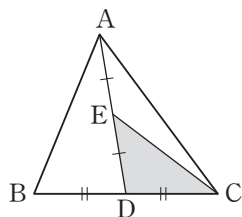
(1) $\triangle ABC = 20 \text{ cm}^2$



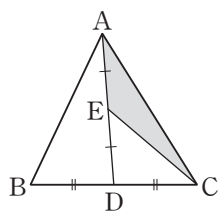
(2) $\triangle ABC = 24 \text{ cm}^2$



(3) $\triangle ABC = 28 \text{ cm}^2$

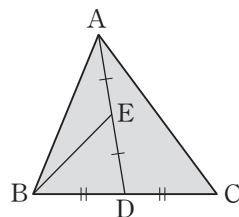


(4) $\triangle ABC = 32 \text{ cm}^2$

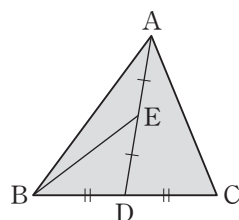


04 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하시오.

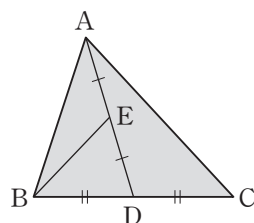
(1) $\triangle ABE = 5 \text{ cm}^2$



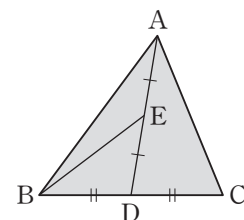
(2) $\triangle ABE = 8 \text{ cm}^2$



(3) $\triangle EBD = 10 \text{ cm}^2$



(4) $\triangle EBD = 14 \text{ cm}^2$





15

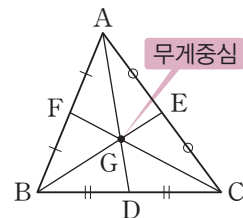
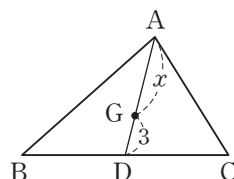
삼각형의 무게중심

2 도형의 닮음 (2)

- (1) 삼각형의 무게중심: 삼각형의 세 중선의 교점
- (2) 삼각형의 무게중심의 성질: 삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 2:1로 나눈다.

$$\rightarrow \overline{AG} : \overline{GD} = \overline{BG} : \overline{GE} = \overline{CG} : \overline{GF} = 2 : 1$$

예 오른쪽 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때,
 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$, $x : 3 = 2 : 1$
 $\therefore x = 6$



참고 정삼각형의 무게중심, 내심, 외심은 모두 일치한다.

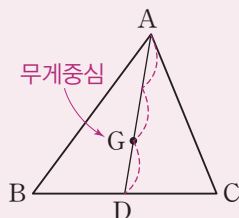
삼각형의 무게중심의 성질 (1)

점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때

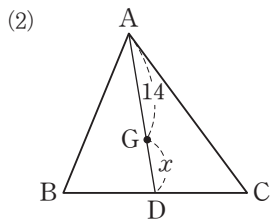
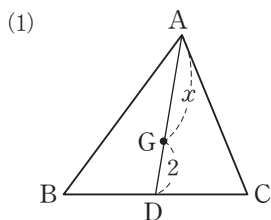
① $\overline{AG} : \overline{GD} =$

② $\overline{AD} : \overline{GD} =$

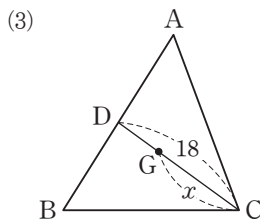
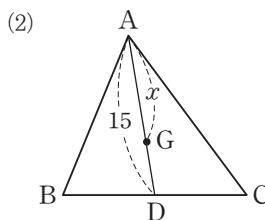
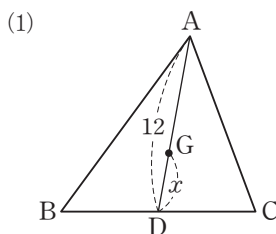
③ $\overline{AD} : \overline{AG} =$



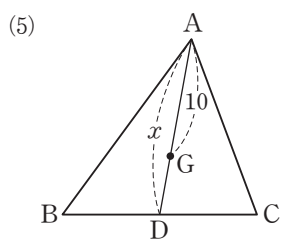
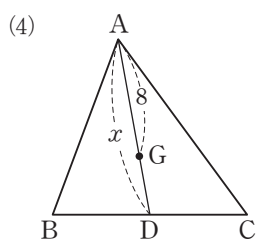
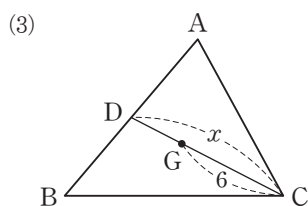
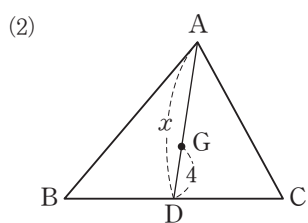
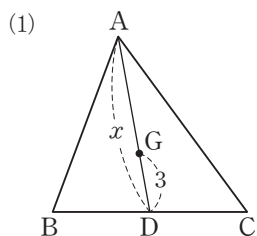
01 다음 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때, x 의 값을 구하시오.



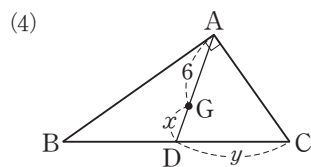
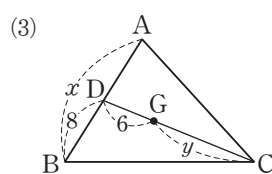
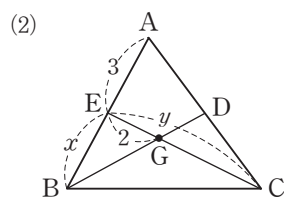
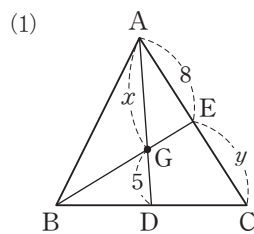
02 다음 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때, x 의 값을 구하시오.



03 다음 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때, x 의 값을 구하시오.



04 다음 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때, x, y 의 값을 각각 구하시오.





16

삼각형의 무게중심과 넓이

2 도형의 닮음 (2)

$\triangle ABC$ 의 무게중심을 G 라 하면

$$(1) \triangle GAB = \triangle GBC = \triangle GCA = \frac{1}{3} \triangle ABC$$

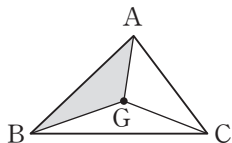
$$(2) \triangle GAF = \triangle GBF = \triangle GBD = \triangle GCD = \triangle GCE = \triangle GAE = \frac{1}{6} \triangle ABC$$

예 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고

$\triangle ABC = 12 \text{ cm}^2$ 일 때,

$$\triangle GAB = \frac{1}{3} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{3} \times 12 = 4 (\text{cm}^2)$$

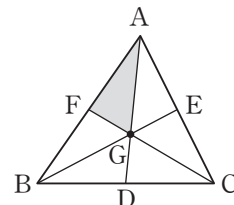
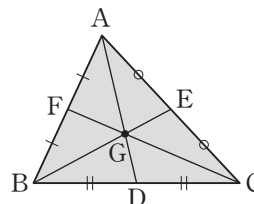


점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고

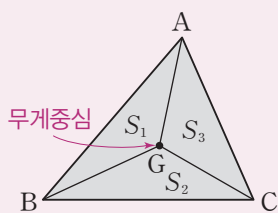
$\triangle ABC = 36 \text{ cm}^2$ 일 때,

$$\triangle GAF = \frac{1}{6} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{6} \times 36 = 9 (\text{cm}^2)$$



... 삼각형의 무게중심과 넓이 (1) ...

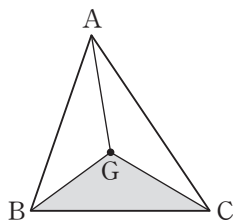


$$S_1 = S_2 = S_3$$

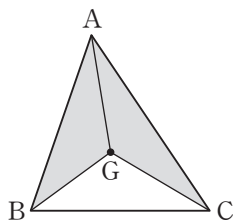
$$= \boxed{} \triangle ABC$$

01 $\triangle ABC$ 의 넓이가 다음과 같이 주어질 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오. (단, 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.)

$$(1) \triangle ABC = 15 \text{ cm}^2$$

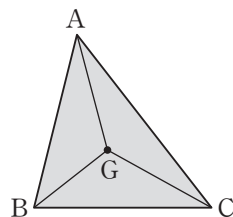


$$(2) \triangle ABC = 45 \text{ cm}^2$$

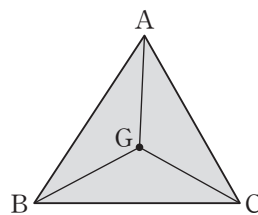


02 다음 그림에서 점 G 가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하시오.

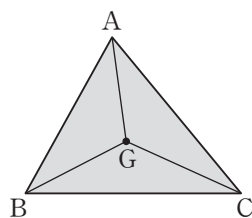
$$(1) \triangle GAB = 5 \text{ cm}^2$$



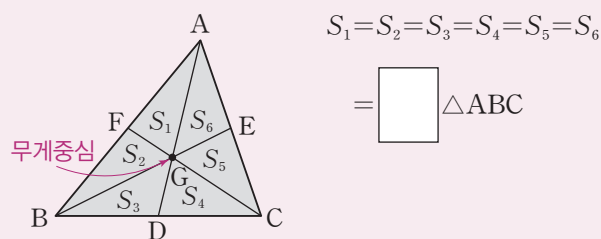
$$(2) \triangle GBC = 6 \text{ cm}^2$$



$$(3) \triangle GCA = 8 \text{ cm}^2$$

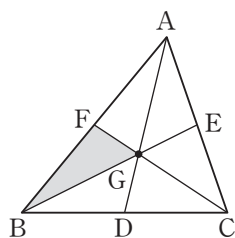


... 삼각형의 무게중심과 넓이 (2) ...

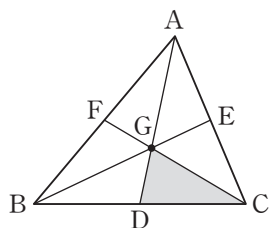


03 $\triangle ABC$ 의 넓이가 다음과 같이 주어질 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오. (단, 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.)

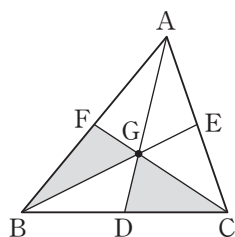
(1) $\triangle ABC = 30 \text{ cm}^2$



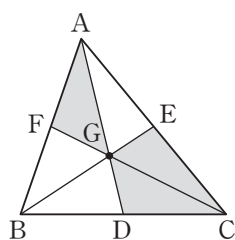
(2) $\triangle ABC = 42 \text{ cm}^2$



(3) $\triangle ABC = 15 \text{ cm}^2$

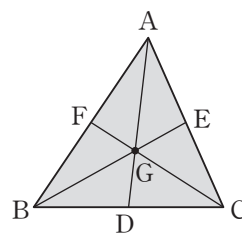


(4) $\triangle ABC = 18 \text{ cm}^2$

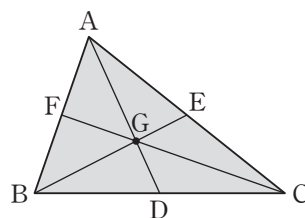


04 다음 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하시오.

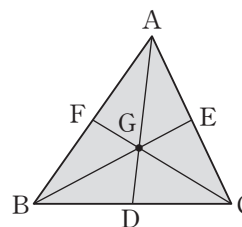
(1) $\triangle GBF = 2 \text{ cm}^2$



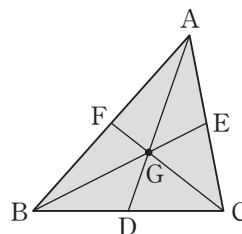
(2) $\triangle GDC = 6 \text{ cm}^2$



(3) $\triangle GEA = 8 \text{ cm}^2$



(4) $\square AFGE = 6 \text{ cm}^2$

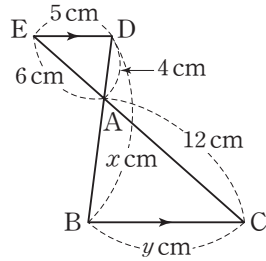




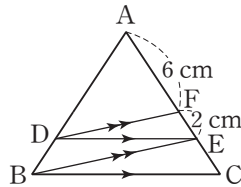
내신 도전

- 01 오른쪽 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때, $x+y$ 의 값은?

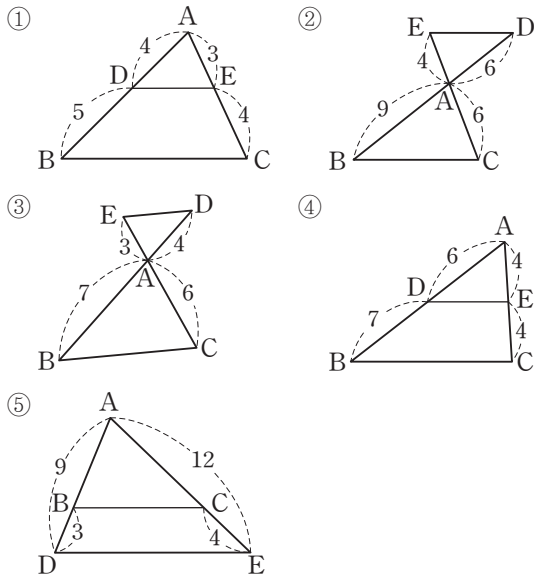
- ① 20 ② 21
③ 22 ④ 23
⑤ 24



- 02 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$, $\overline{BE} \parallel \overline{DF}$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이를 구하시오.

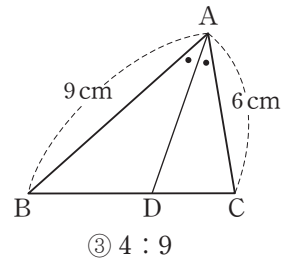


- 03 다음 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

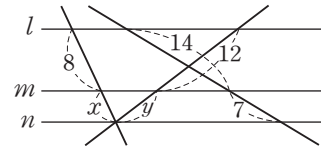


- 04 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이고 $\overline{AB} = 9$ cm, $\overline{AC} = 6$ cm 일 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 비는?

- ① 2 : 3 ② 3 : 2
④ 9 : 4 ⑤ 5 : 2

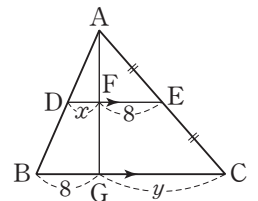


- 05 다음 그림에서 $l \parallel m \parallel n$ 일 때, $x+y$ 의 값은?

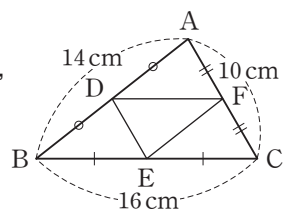


- ① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

- 06 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 E는 $\overline{AC}$ 의 중점이고 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때, xy 의 값을 구하시오.

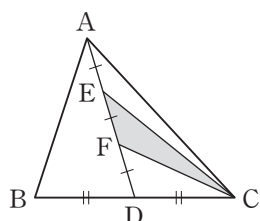


- 07 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}=14\text{ cm}$, $\overline{BC}=16\text{ cm}$, $\overline{CA}=10\text{ cm}$ 이고 세 변의 중점을 각각 D, E, F라 할 때, $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이는?

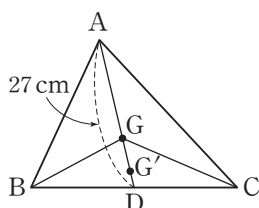


- ① 18 cm ② 19 cm ③ 20 cm
④ 21 cm ⑤ 22 cm

- 08 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 D, $\overline{AD}$ 의 삼등분점을 각각 E, F라 하자. $\triangle ABC=48\text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle CEF$ 의 넓이를 구하시오.

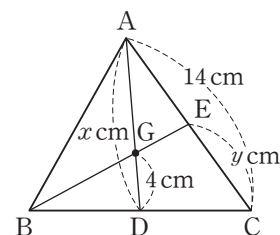


- 09 오른쪽 그림에서 점 G, G'은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle GBC$ 의 무게중심이고 $\overline{AD}=27\text{ cm}$ 일 때, $\overline{GG'}$ 의 길이는?



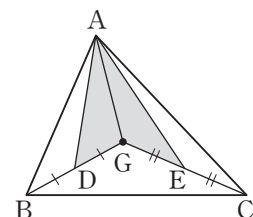
- ① 5 cm ② 6 cm ③ 7 cm
④ 8 cm ⑤ 9 cm

- 10 오른쪽 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때, $x+y$ 의 값은?



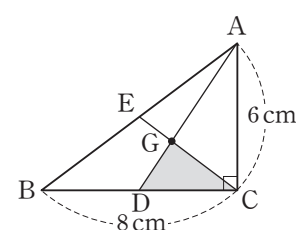
- ① 13 ② 15
③ 17 ④ 19
⑤ 21

- 11 오른쪽 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고 $\triangle ABC=30\text{ cm}^2$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① 6 cm^2 ② 8 cm^2
③ 10 cm^2 ④ 12 cm^2
⑤ 14 cm^2

- 12 오른쪽 그림에서 점 G는 직각삼각형 ABC의 무게중심이고 $\overline{AC}=6\text{ cm}$, $\overline{BC}=8\text{ cm}$ 일 때, $\triangle GDC$ 의 넓이는?



- ① 4 cm^2 ② 5 cm^2 ③ 6 cm^2
④ 7 cm^2 ⑤ 8 cm^2



개념

17

피타고라스 정리

3 피타고라스 정리

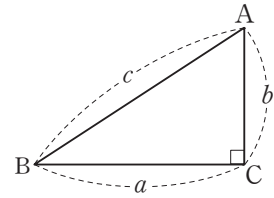
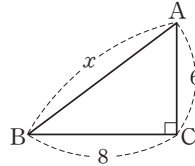
- (1) 피타고라스 정리: 직각삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a , b 라 하고, 빗변의 길이를 c 라 하면 다음이 성립한다.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

예 오른쪽 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서

$$x^2 = 8^2 + 6^2 = 100$$

$$\therefore x = 10 (\because x > 0)$$



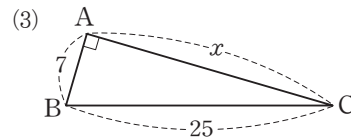
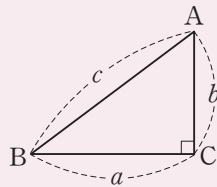
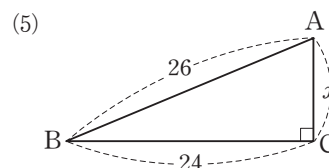
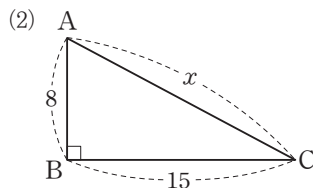
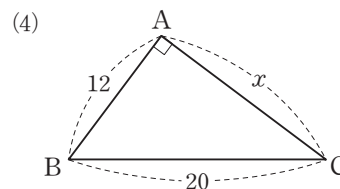
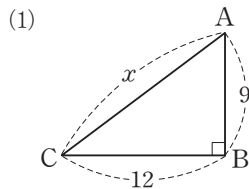
- (2) 피타고라스의 수: $a^2 + b^2 = c^2$ 을 만족시키는 세 자연수 a , b , c 를 피타고라스의 수라고 한다.

예 순서쌍 (a, b, c) 는 $(3, 4, 5)$, $(5, 12, 13)$, $(7, 24, 25)$, ...

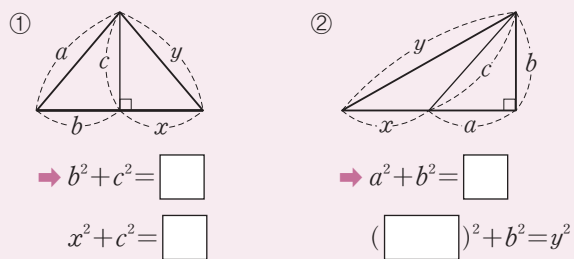
... 피타고라스 정리를 이용하여 삼각형의 변의 길이 구하기

$\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서

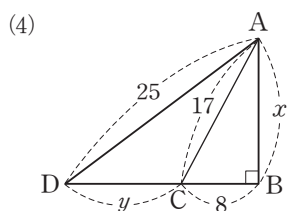
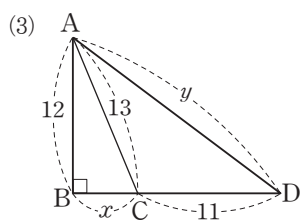
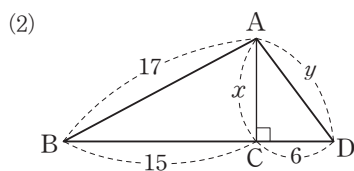
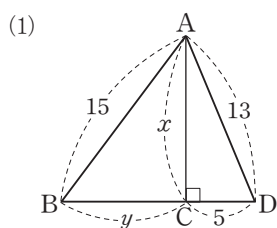
$$a^2 + b^2 = \square$$

01 다음 그림에서 x 의 값을 구하시오.

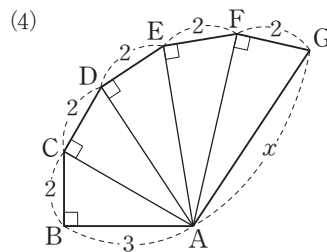
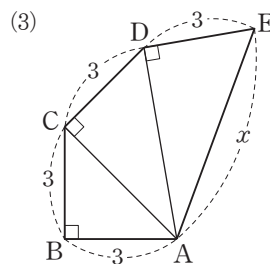
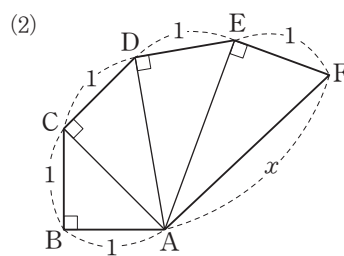
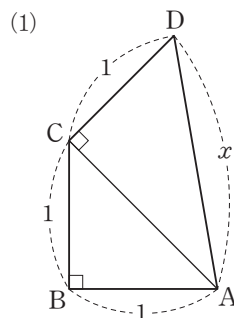
... 02 삼각형에서 피타고라스 정리 이용하기 ...



02 다음 그림에서 x, y 의 값을 각각 구하시오.



03 다음 그림에서 x^2 의 값을 구하시오.





18

피타고라스 정리의 증명 (1)

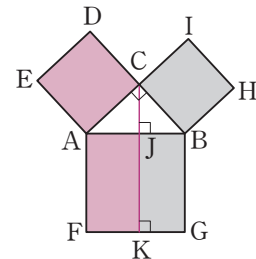
3 피타고라스 정리

직각삼각형에서 빗변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 나머지 두 변을 각각 한 변으로 하는 두 정사각형의 넓이의 합과 같다.

$$(1) \square AFG B = \square AFK J + \square JKGB = \square ACDE + \square BHIC$$

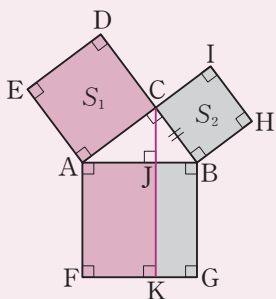
$$(2) \overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$$

예 오른쪽 그림에서 $\square ACDE = 12$, $\square BHIC = 9$ 일 때,
 $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로 $\square AFG B = 12 + 9 = 21$



넓이

직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 세 정사각형을 그리면



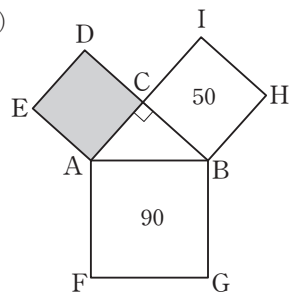
$$S_1 = \square ACDE = \square$$

$$S_2 = \square BHIC = \square$$

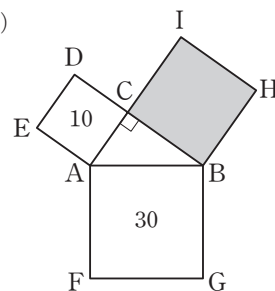
$$\rightarrow \square AFG B = \square$$

$$\rightarrow \overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \square$$

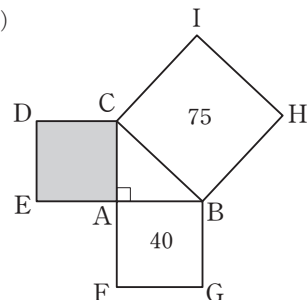
(3)



(4)

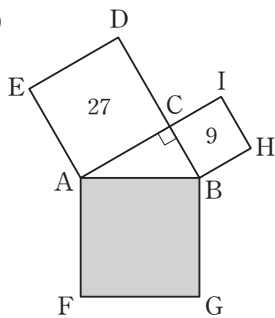


(5)

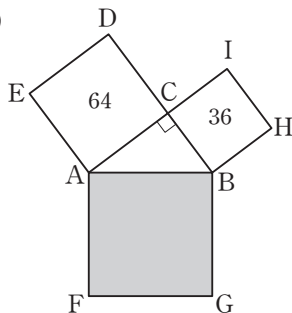


01 다음은 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 한 변으로 하는 세 정사각형을 그린 것이다. 두 정사각형 넓이를 이용하여 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.

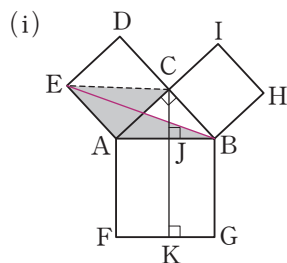
(1)



(2)

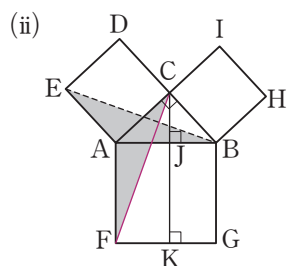


02 다음은 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 한 변으로 하는 세 정사각형에서 $\square EACD = \square AFKJ$ 임을 증명하는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.



$\overline{EA}$ 가 공통, $\overline{EA} \parallel \overline{DB}$ 이므로

$\triangle EAC = \square$

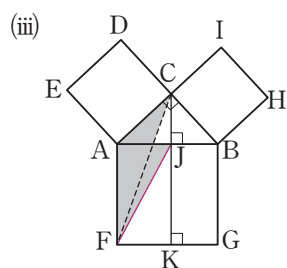


$\overline{EA} = \overline{CA}$, $\overline{AB} = \square$,

$\angle EAB = \square$

$\therefore \triangle EAB \cong \triangle CAF$ (SAS 합동)

$\therefore \triangle EAB = \triangle CAF$



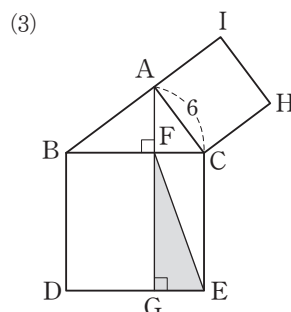
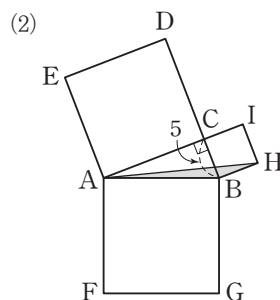
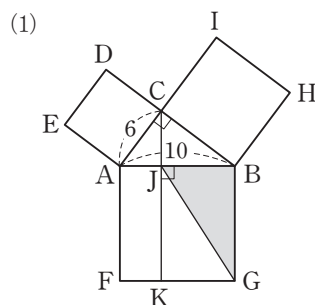
$\square$ 가 공통, $\overline{AF} \parallel \overline{CK}$ 이므로

$\triangle CAF = \square$

(i)~(iii)에 의하여 $\triangle EAC = \square$

$\therefore \square EACD = 2\triangle EAC = \square = \square AFKJ$

03 다음은 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.





19

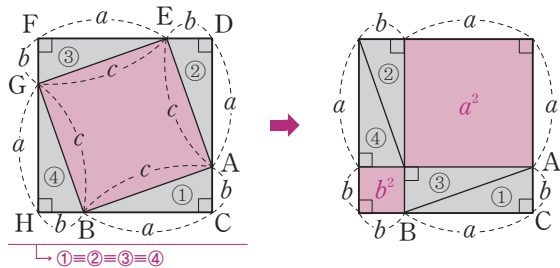
피타고라스 정리의 증명 (2)

3 피타고라스 정리

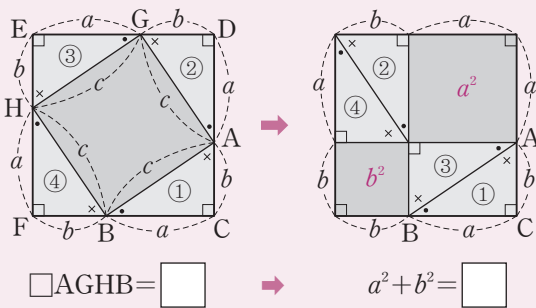
직각삼각형 ABC에서 두 변 AC, BC를 연장하여 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형 CDFH를 만들면

- (1) $\triangle ABC \cong \triangle EAD \cong \triangle GEF \cong \triangle BGH$ (SAS 합동)
- (2) $\square AEGB$ 의 넓이는 한 변의 길이가 각각 a, b 인 두 정사각형의 넓이의 합과 같다.

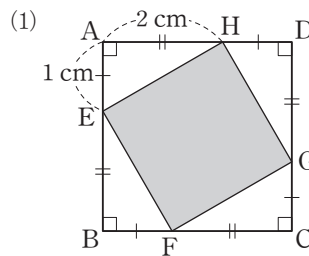
$$\rightarrow c^2 = a^2 + b^2$$



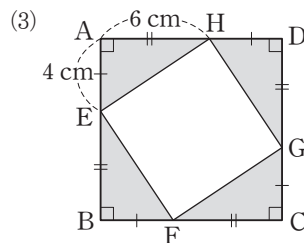
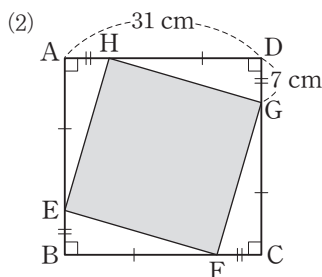
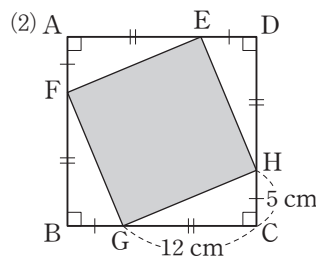
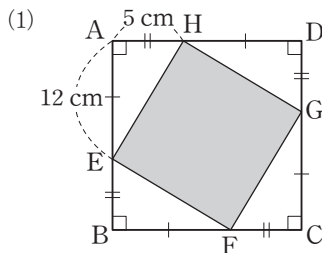
넓이 (1)



02 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 정사각형이고 4개의 직각삼각형은 모두 합동일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.



01 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 정사각형이고 4개의 직각삼각형은 모두 합동일 때, $\square EFGH$ 의 둘레의 길이를 구하시오.

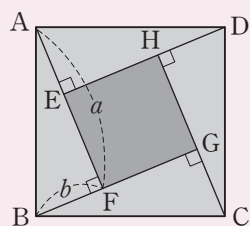


넓이 (2)

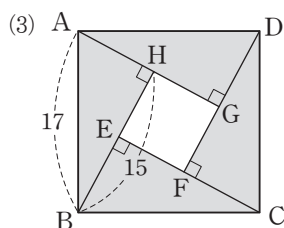
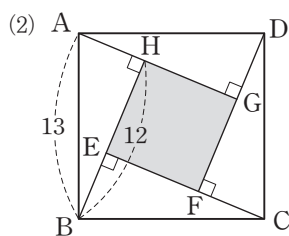
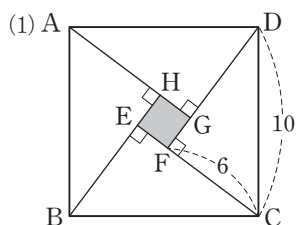
$$\triangle ABF \equiv \triangle BCG \equiv \triangle CDH \\ \equiv \triangle DAE$$

$$\rightarrow \square EFGH = \square$$

$$\rightarrow \square EFGH = \square$$



03 다음 그림은 합동인 4개의 직각삼각형을 이용하여 정사각형을 만든 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.

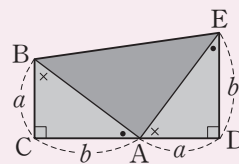


넓이 (3)

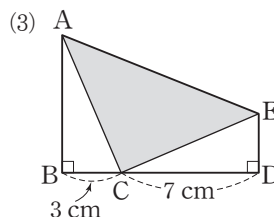
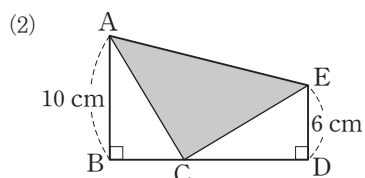
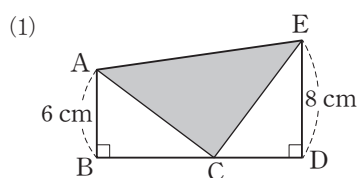
$$\triangle ABC \equiv \triangle EAD$$

$$\rightarrow \overline{AB} = \square, \angle BAE = \square^\circ$$

$$\rightarrow \triangle AEB = \square$$



04 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 는 합동인 직각삼각형이고, 세 점 B, C, D는 일직선 위에 있을 때, $\triangle ACE$ 의 넓이를 구하시오.





개념

20

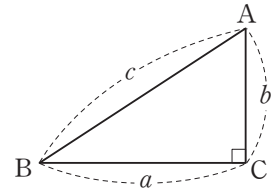
직각삼각형이 될 조건

3 피타고라스 정리

삼각형의 세 변의 길이를 각각 a, b, c 라 할 때, $a^2 + b^2 = c^2$ 인 관계가 성립하면 이 삼각형은 c 를 빗변의 길이로 하는 직각삼각형이다.

즉, $\triangle ABC$ 에서 $a^2 + b^2 = c^2$ 이면 $\angle C = 90^\circ$ 이다.

예 세 변의 길이가 3, 4, 5인 삼각형은 $3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$ 이 성립하므로 빗변의 길이가 5인 직각삼각형이다.



직각삼각형 찾기

$\triangle ABC$ 에서

(가장 긴 변의 길이의 제곱)

= (나머지 두 변의 길이의 제곱의)

→ $\triangle ABC$ 는 이다.

01 세 변의 길이가 각각 다음과 같은 삼각형이 직각삼각형인 것은 ○표, 아닌 것은 ×표 하시오.

(1) 2, 3, 4 ()

(2) $2, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}$ ()

(3) 4, 5, 6 ()

(4) 7, 24, 25 ()

(5) 2.5, 6, 6.5 ()

(6) 4, 6, 8 ()

(7) 3, 5, 7 ()

(8) 9, 12, 15 ()

(9) 7, 8, 10 ()

(10) 8, 15, 17 ()

(11) 12, 16, 20 ()

02 세 변의 길이가 각각 다음과 같은 삼각형이 직각삼각형이 되도록 하는 x 의 값을 구하시오.

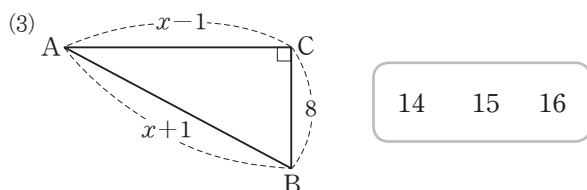
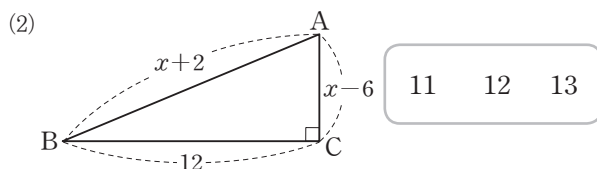
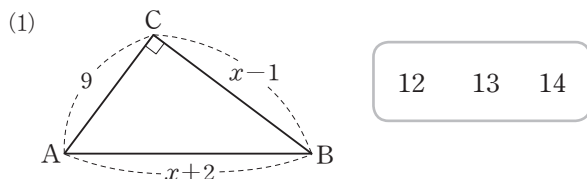
(단, 가장 긴 변의 길이가 x 이다.)

(1) 5, 12, x

(2) 7, 24, x

(3) 12, 16, x

03 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 가 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형이 되도록 하는 x 의 값에 $\bigcirc$ 표 하시오.



... 04 삼각형의 변의 길이와 각의 크기 사이의 관계

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$, $\overline{CA} = b$ 이고 c 가 가장 긴 변의 길이일 때

① $a^2 + b^2 > c^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 삼각형이다.

② $a^2 + b^2 = c^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 삼각형이다.

③ $a^2 + b^2 < c^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 삼각형이다.

04 세 변의 길이가 각각 다음과 같은 삼각형이 예각삼각형이면 ‘예’, 직각삼각형이면 ‘직’, 둔각삼각형이면 ‘둔’을 () 안에 써넣으시오.

(1) 4, 6, 7 ()

(2) 6, 8, 10 ()

(3) 6, 6, 9 ()

(4) 7, 22, 24 ()

(5) 9, 15, 17 ()

(6) 15, 20, 25 ()



21

직각삼각형에서의 피타고라스 정리의 활용

3 피타고라스 정리

(1) 직각삼각형의 닮음을 이용한 성질

삼각형 ABC에서 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 일 때,

① $\triangle ABC \sim \triangle DBA \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)이므로

$$\rightarrow c^2 = ax, b^2 = ay, h^2 = xy$$

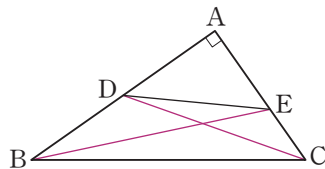
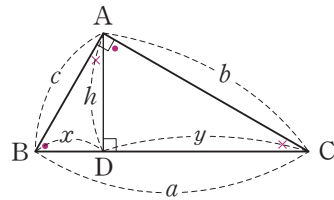
② $\triangle ABC$, $\triangle DAC$, $\triangle DBA$ 는 직각삼각형이므로

$$\rightarrow a^2 = b^2 + c^2, b^2 = h^2 + y^2, c^2 = x^2 + h^2$$

(2) 피타고라스 정리를 이용한 직각삼각형의 성질

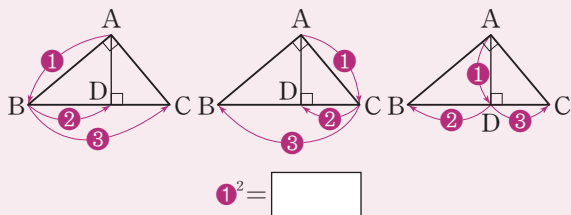
$\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 위에 각각 두 점 D, E가 있을 때,

$$\rightarrow \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$$



직각삼각형의 닮음을 이용한 성질

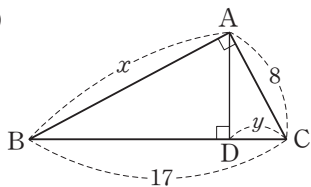
$\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서



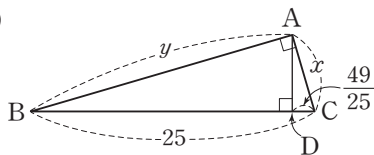
$$1^2 = \square$$

01 다음 그림에서 x , y 의 값을 각각 구하시오.

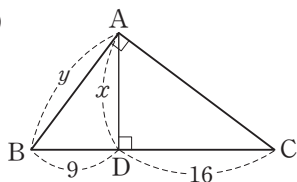
(1)



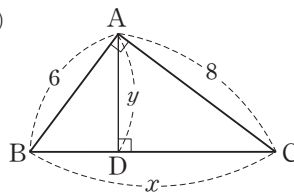
(2)



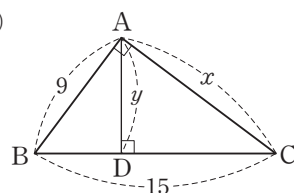
(3)



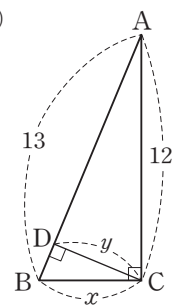
(4)



(5)



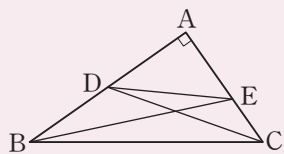
(6)



... 피타고라스 정리를 이용한 직각삼각형의 성질

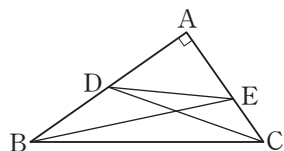
$\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형
 ABC 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 위에
 각각 두 점 D , E 가 있을 때,
 $\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$

=



02 다음은 $\angle A = 90^\circ$ 인
 직각삼각형 ABC 에서
 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 위에 각각 두 점
 D , E 가 있을 때,
 $\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$

임을 증명한 것이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣으시오.



$\triangle ABE$, $\triangle ADC$, $\triangle ADE$, $\triangle ABC$ 는 모두 직
 각삼각형이다.

$\triangle ABE$ 에서 $\overline{BE}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AE}^2$

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{CD}^2 = \square + \overline{AC}^2$

$\triangle ADE$ 에서 $\overline{DE}^2 = \overline{AD}^2 + \square$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \square$

$\overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$

$= (\overline{AB}^2 + \overline{AE}^2) + (\square + \overline{AC}^2)$

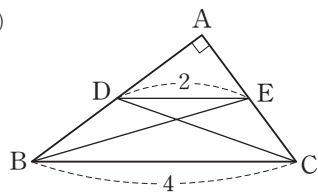
$= (\square + \overline{AE}^2) + (\square + \overline{AC}^2)$

$= \square + \overline{BC}^2$

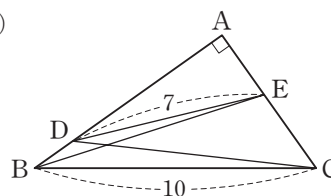
$\therefore \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$

03 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$ 의
 값을 구하시오.

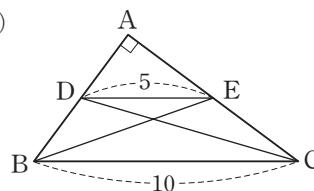
(1)



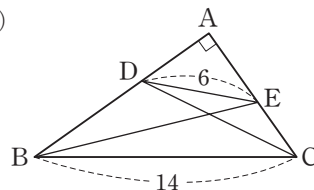
(2)



(3)

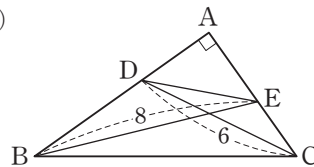


(4)

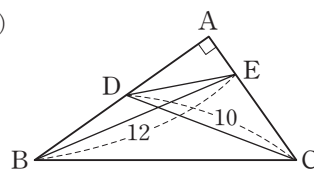


04 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$ 의
 값을 구하시오.

(1)



(2)





개념
22

사각형에서의 피타고라스 정리의 활용

3 피타고라스 정리

- (1) 사각형 ABCD에서 두 대각선이 직교할 때, 즉 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때,

$$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$$

참고 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = (\overline{BO}^2 + \overline{AO}^2) + (\overline{CO}^2 + \overline{DO}^2)$
 $= (\overline{AO}^2 + \overline{DO}^2) + (\overline{BO}^2 + \overline{CO}^2)$
 $= \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$

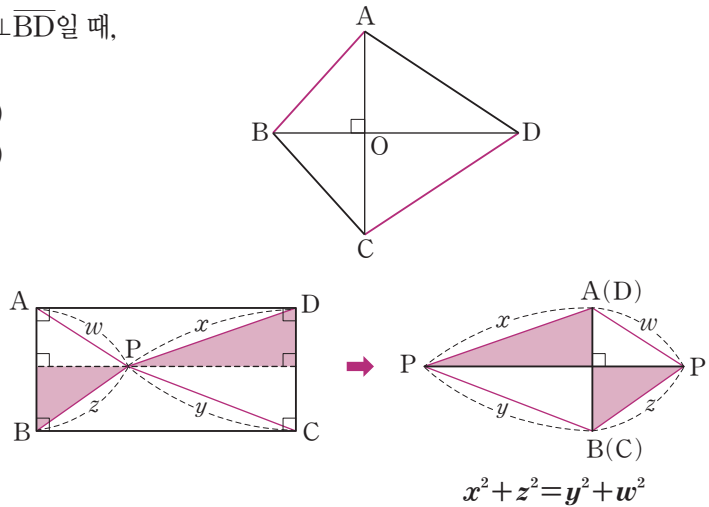
주의 두 대각선이 직교하는 경우에만 성립한다.

- (2) 직사각형 ABCD의 내부에 있는 임의의 점 P에

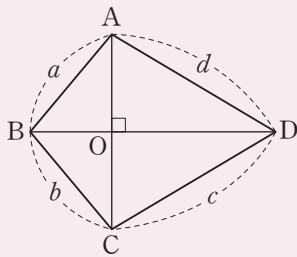
대하여

$$\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$$

주의 직사각형에서만 성립한다.

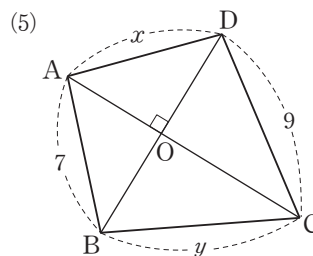
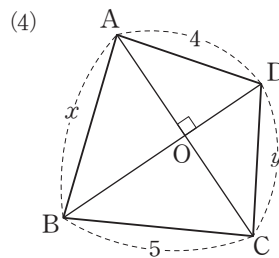
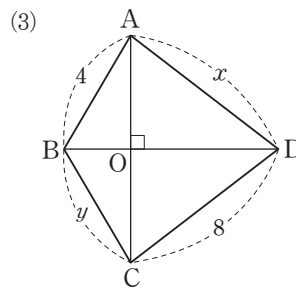


... 두 대각선이 직교하는 사각형의 성질 ...

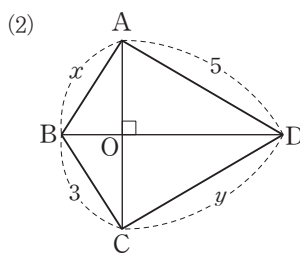
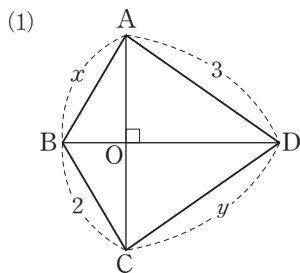


두 대각선이 직교할 때

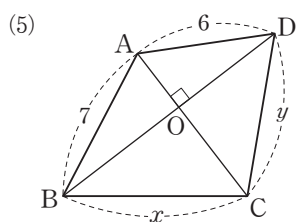
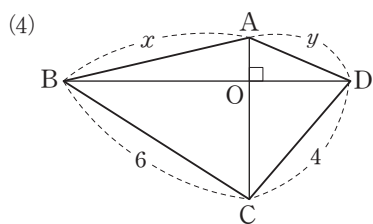
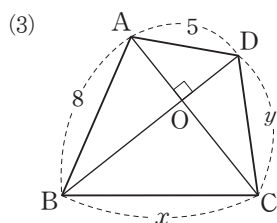
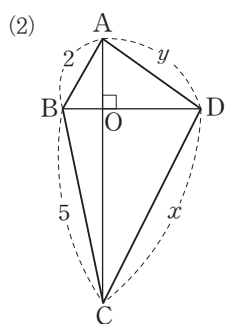
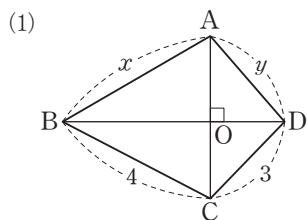
$$a^2 + c^2 = \boxed{}$$



01 다음 그림에서 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하시오.



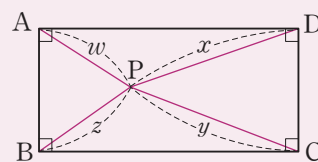
02 다음 그림에서 $x^2 - y^2$ 의 값을 구하시오.



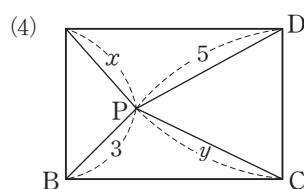
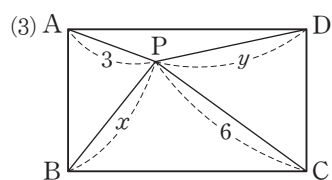
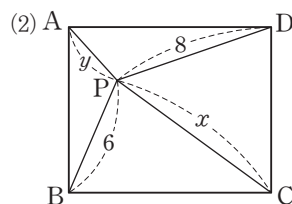
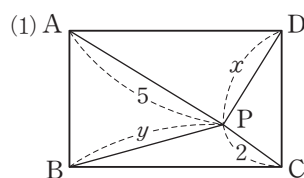
... **03** 피타고라스 정리를 이용한 직사각형의 성질 ...

직사각형 ABCD의 내부에
있는 임의의 점 P에 대하여

$$x^2 + z^2 = \boxed{}$$



03 다음 그림에서 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하시오.





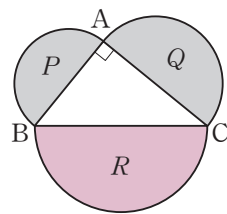
23

직각삼각형의 세 반원 사이의 관계

3 피타고라스 정리

- (1) 직각삼각형의 세 반원 사이의 관계: 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 지름으로 하는 세 반원의 넓이를 각각 P, Q, R 이라 할 때, $P+Q=R$

예 오른쪽 그림에서 $P=6\pi, Q=9\pi$ 이면 $R=6\pi+9\pi=15\pi$

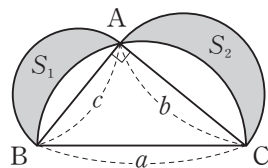


- (2) 히포크라테스의 원의 넓이: 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원에서

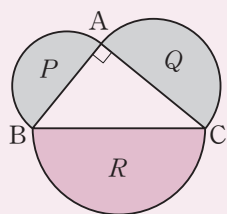
$$S_1 + S_2 = \triangle ABC = \frac{1}{2}bc$$

예 오른쪽 그림에서 $b=4, c=3$ 이면

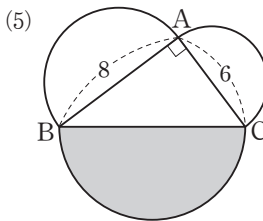
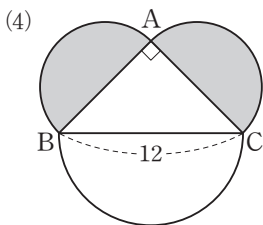
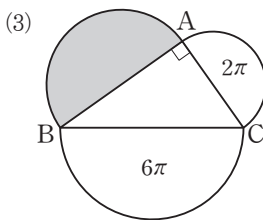
$$S_1 + S_2 = \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$



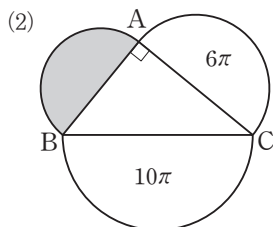
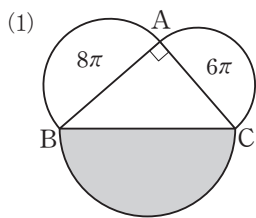
직각삼각형의 세 반원 사이의 관계



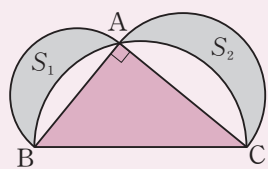
$$P+Q=\square$$



- 01 다음은 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 지름으로 하는 세 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.

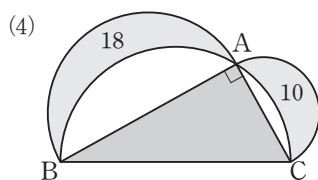
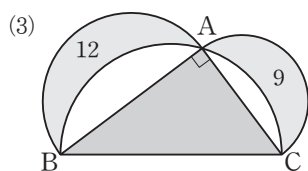
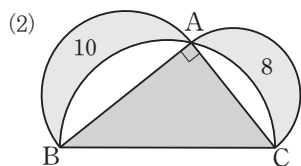
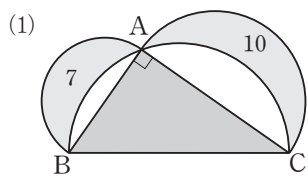


... **히포크라테스의 원의 넓이** ...

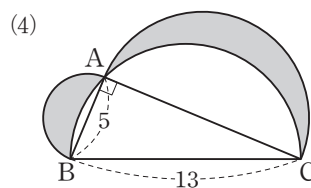
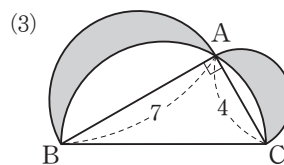
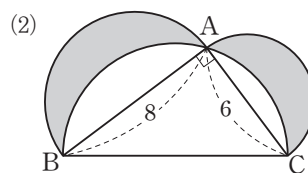
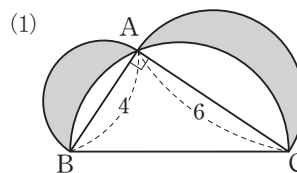


$$\triangle ABC = \boxed{}$$

02 다음은 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 지름으로 하는 세 반원을 그린 것이다. $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하시오.



03 다음은 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 지름으로 하는 세 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.

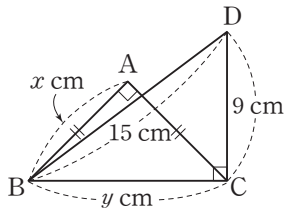




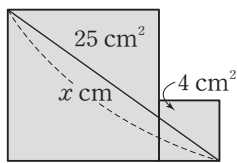
내신 도전

- 01 오른쪽 그림에서 $\angle A = 90^\circ$, $\angle BCD = 90^\circ$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 일 때, $y^2 - x^2$ 의 값은?

- ① 60 ② 70
③ 72 ④ 75
⑤ 80

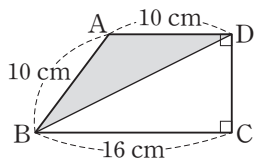


- 02 오른쪽 그림과 같이 넓이가 각각 4 cm^2 , 25 cm^2 인 두 정사각형을 이어 붙였을 때, x^2 의 값을 구 하시오.



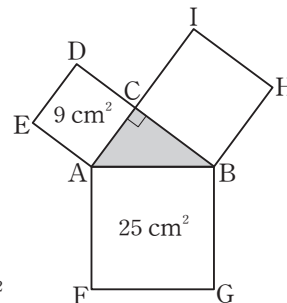
- 03 오른쪽 그림과 같은 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB} = 10 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 16 \text{ cm}$, $\overline{AD} = 10 \text{ cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?

- ① 36 cm^2 ② 38 cm^2 ③ 40 cm^2
④ 42 cm^2 ⑤ 44 cm^2



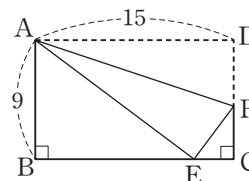
- 04 오른쪽 그림은 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\square ACDE = 9 \text{ cm}^2$, $\square AFGH = 25 \text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

- ① 14 cm^2 ② 12 cm^2
③ 10 cm^2 ④ 8 cm^2
⑤ 6 cm^2



- 05 오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD를 $\overline{AF}$ 를 접는 선으로 하여 꼭짓점 D가 $\overline{BC}$ 위의 점 E에 오도록 접을 때, $\overline{EF}$ 의 길 이는?

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6



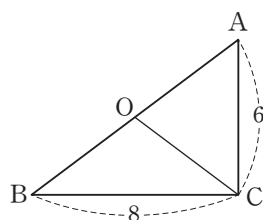
- 06 길이가 각각 4 cm , 7 cm , $x \text{ cm}$ 인 세 막대로 직각삼각형을 만들려고 할 때, 가능한 x 의 값에 대하여 x^2 의 합을 구 하시오. (단, 막대의 굵기는 생각하지 않는다.)

07 세 변의 길이가 각각 다음과 같은 삼각형 중에서 둔각삼각형인 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 2 cm, 3 cm, 4 cm ② 3 cm, 6 cm, 6 cm
 ③ 4 cm, 5 cm, 6 cm ④ 6 cm, 8 cm, 12 cm
 ⑤ 8 cm, 15 cm, 17 cm

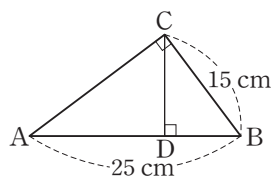
08 오른쪽 그림에서 점 O가 직각삼각형 ABC의 외심일 때, $\overline{OC}$ 의 길이는?

- ① 4 ② 5
 ③ 6 ④ 7
 ⑤ 8



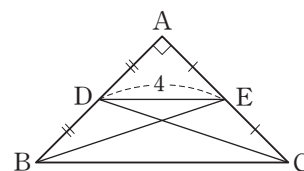
09 오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, $\overline{AB}=25$ cm, $\overline{BC}=15$ cm일 때, 다음을 구하시오.

- (1) $\overline{AD}$ 의 길이
 (2) $\triangle CAD$ 의 둘레의 길이

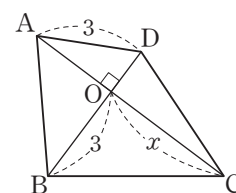


10 오른쪽 그림과 같이 $\angle A=90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 이고, 두 점 D, E는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점일 때, $\overline{BE}^2$ 의 값은?

- ① 40 ② 45 ③ 50
 ④ 55 ⑤ 60

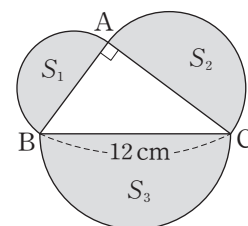


11 오른쪽 그림과 같은 $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = 34$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, x 의 값을 구하시오.



12 오른쪽 그림과 같이 $\angle A=90^\circ$, $\overline{BC}=12$ cm인 직각삼각형 ABC의 세 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 이라 할 때, $S_1+S_2+S_3$ 은?

- ① 15π cm² ② 25π cm² ③ 36π cm²
 ④ 40π cm² ⑤ 49π cm²



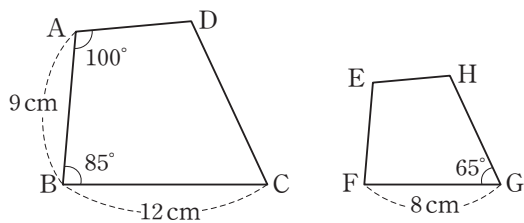


대단원 평가

01 다음 중 항상 서로 닮은 도형이 아닌 것은?

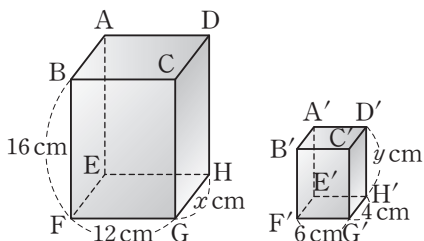
- ① 두 정삼각형 ② 두 마름모
- ③ 두 정육면체 ④ 두 원
- ⑤ 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴

02 아래 그림에서 $\square ABCD \sim \square EFGH$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



- ① $\angle C = 60^\circ$ ② $\angle H = 110^\circ$
- ③ $\overline{EF} = 6 \text{ cm}$ ④ $\overline{CD} : \overline{GH} = 4 : 3$
- ⑤ $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 닮음비는 2 : 3이다.

03 다음 두 직육면체가 서로 닮은 도형일 때, $x+y$ 의 값은?

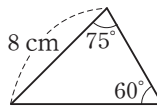


- ① 14 ② 15 ③ 16
- ④ 18 ⑤ 20

04 두 정육면체의 겉넓이의 비가 25 : 36이고, 작은 정육면체의 부피가 500 cm^3 일 때, 큰 정육면체의 부피는?

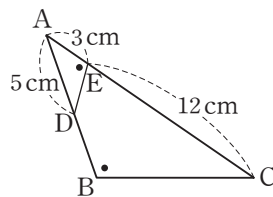
- ① 600 cm^3 ② 625 cm^3 ③ 864 cm^3
- ④ 900 cm^3 ⑤ 1000 cm^3

05 다음 중 오른쪽 그림의 삼각형과 서로 닮은 것은?



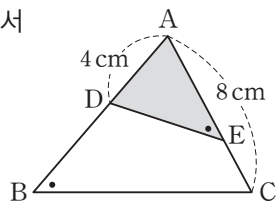
- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

06 오른쪽 그림에서 $\angle ABC = \angle AED$ 이고 $\overline{AD} = 5 \text{ cm}$, $\overline{AE} = 3 \text{ cm}$, $\overline{EC} = 12 \text{ cm}$ 일 때, $\overline{DB}$ 의 길이는?



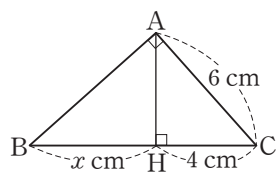
- ① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm
- ④ 6 cm ⑤ 7 cm

- 07 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle ABC = \angle AED$ 이고
 $\triangle ABC = 48 \text{ cm}^2$ 일 때,
 $\triangle ADE$ 의 넓이는?



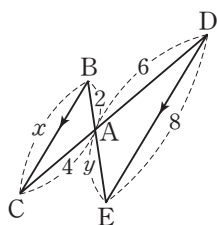
- ① 12 cm^2 ② 15 cm^2 ③ 18 cm^2
 ④ 21 cm^2 ⑤ 24 cm^2

- 08 오른쪽 그림과 같이
 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형
 ABC 에서 $\overline{BC} \perp \overline{AH}$ 일 때,
 x 의 값은?



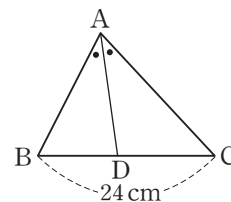
- ① 5 ② 6 ③ 7
 ④ 8 ⑤ 9

- 09 오른쪽 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때,
 xy 의 값은?



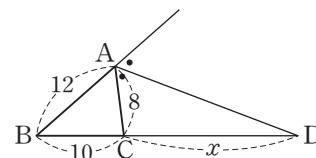
- ① 12 ② 13
 ③ 14 ④ 15
 ⑤ 16

- 10 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서
 $\angle BAD = \angle CAD$ 이고
 $\overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 5$ 이다.
 $\overline{BC} = 24 \text{ cm}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길
 이?



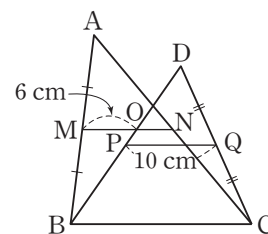
- ① 12 cm ② 13 cm ③ 14 cm
 ④ 15 cm ⑤ 16 cm

- 11 오른쪽 그림과 같은
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}$ 의 연
 장선과 $\angle A$ 의 외각의
 이등분선의 교점을 D라
 할 때, x 의 값은?



- ① 21 ② 20 ③ 18
 ④ 16 ⑤ 15

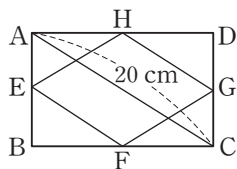
- 12 오른쪽 그림에서 두 점 M, N
 은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이
 고, 두 점 P, Q는 각각 $\overline{DB}$,
 $\overline{DC}$ 의 중점이다. $\overline{PQ} = 10 \text{ cm}$,
 $\overline{MO} = 6 \text{ cm}$ 일 때, $\overline{ON}$ 의 길
 이를 구하시오.





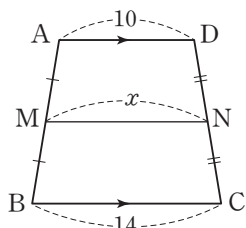
대단원 평가

- 13 오른쪽 그림과 같은 직사각형에서 네 점 E, F, G, H는 각 변의 중점이고 $\overline{AC} = 20$ cm일 때, $\square EFGH$ 의 둘레의 길이는?



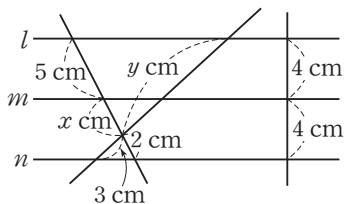
- ① 36 cm ② 37 cm ③ 38 cm
④ 39 cm ⑤ 40 cm

- 14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 의 중점을 각각 M, N이라 할 때, x 의 값은?

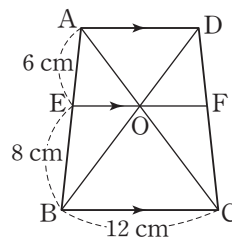


- ① 11 ② 11.5
③ 12 ④ 12.5
⑤ 13

- 15 다음 그림에서 $l \parallel m \parallel n$ 일 때, $y - x$ 의 값을 구하시오.

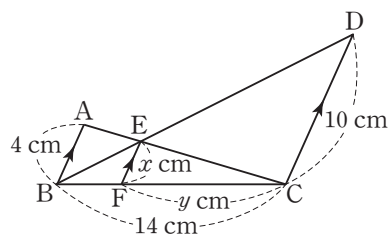


- 16 오른쪽 그림과 같은 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



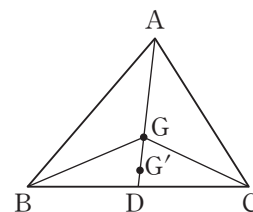
- ① 8 cm ② 9 cm
③ 10 cm ④ 11 cm
⑤ 12 cm

- 17 다음 그림에서 $\overline{AB} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{DC}$ 일 때, 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



- ① $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ ② $\overline{AE} : \overline{CE} = 2 : 7$
③ $\triangle EBF \sim \triangle DBC$ ④ $\overline{BE} : \overline{ED} = \overline{BF} : \overline{FC}$
⑤ $x = 3, y = 10$

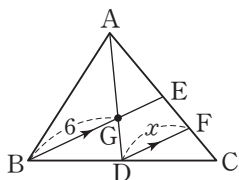
- 18 오른쪽 그림에서 점 G, G'은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle GBC$ 의 무게 중심이고, $\overline{G'D} = 2$ cm일 때, $\overline{AG}$ 의 길이는?



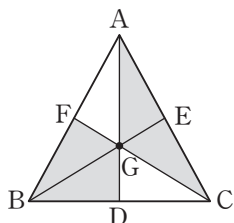
- ① 9 cm ② 10 cm
③ 11 cm ④ 12 cm
⑤ 13 cm

- 19 오른쪽 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고 $\overline{BE} \parallel \overline{DF}$ 일 때, x 의 값은?

- ① $\frac{7}{2}$ ② 4
③ $\frac{9}{2}$ ④ 5
⑤ $\frac{11}{2}$

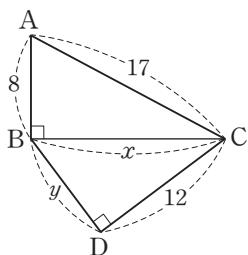


- 20 오른쪽 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 18 cm^2 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.

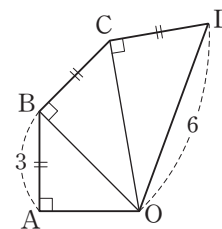


- 21 오른쪽 그림에서 $x + y$ 의 값은?

- ① 24 ② 25
③ 26 ④ 27
⑤ 28



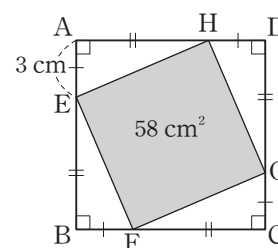
- 22 오른쪽 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 3$, $\overline{OD} = 6$ 일 때, $\overline{OA}$ 의 길이를 구하시오.



- 23 세 변의 길이가 각각 다음과 같은 삼각형 중에서 둔각삼각형인 것은?

- ① 5 cm, 5 cm, 7 cm
② 6 cm, 8 cm, 9 cm
③ 7 cm, 12 cm, 13 cm
④ 8 cm, 15 cm, 18 cm
⑤ 10 cm, 24 cm, 26 cm

- 24 오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 3 \text{ cm}$ 이고 $\square EFGH$ 의 넓이가 58 cm^2 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?

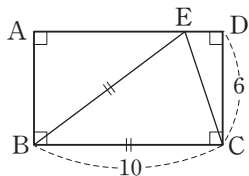


- ① 80 cm^2 ② 85 cm^2 ③ 90 cm^2
④ 95 cm^2 ⑤ 100 cm^2



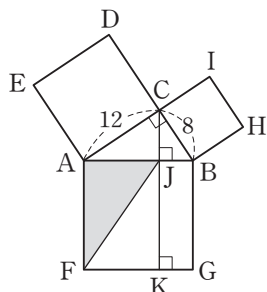
- 25 오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\overline{BE} = \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?

- ① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

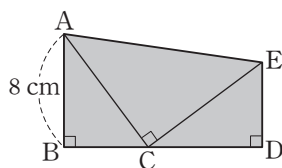


- 26 오른쪽 그림은 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 12$, $\overline{AC} = 8$ 일 때, $\triangle AFJ$ 의 넓이는?

- ① 40 ② 54
③ 63 ④ 72
⑤ 81

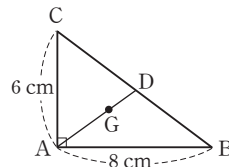


- 27 오른쪽 그림에서 두 직각삼각형 ABC와 CDE는 합동이고, 세 점 B, C, D는 일직선 위에 있다. $\triangle ACE$ 의 넓이가 50 cm^2 일 때, 사다리꼴 ABDE의 넓이를 구하시오.

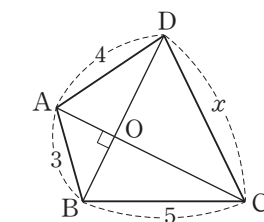


- 28 오른쪽 그림에서 점 G는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 무게중심이다. $\overline{AB} = 8 \text{ cm}$, $\overline{AC} = 6 \text{ cm}$ 일 때, $\overline{GD}$ 의 길이는?

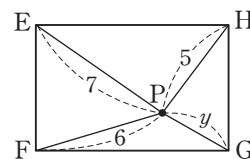
- ① $\frac{5}{3} \text{ cm}$ ② 2 cm ③ $\frac{7}{3} \text{ cm}$
④ 3 cm ⑤ 4 cm



- 29 다음 그림에서 $x^2 + y^2$ 의 값은?

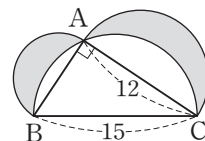


- ① 35 ② 39
④ 46 ⑤ 49



- ③ 44

- 30 오른쪽 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원을 그렸다. 색칠한 부분의 넓이를 구하시오.





III

확률

이 단원에서 공부해야 할 필수 개념

1 경우의 수

- 개념 01 사건과 경우의 수
- 개념 02 사건 A 또는 사건 B 가 일어나는 경우의 수
- 개념 03 두 사건 A, B 가 동시에 일어나는 경우의 수
- 개념 04 동전, 주사위 던지기
- 개념 05 한 줄로 세우는 경우의 수
- 개념 06 한 줄로 세울 때, 이웃하여 서는 경우의 수
- 개념 07 자연수 만들기
- 개념 08 대표 뽑기

내신 도전

2 확률

- 개념 09 확률의 뜻
- 개념 10 확률의 성질
- 개념 11 사건 A 또는 사건 B 가 일어날 확률
- 개념 12 사건 A 와 사건 B 가 동시에 일어날 확률
- 개념 13 연속하여 꺼내는 경우의 확률
- 개념 14 도형에서의 확률

내신 도전

대단원 평가



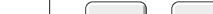
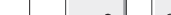
01

사건과 경우의 수

1 경우의 수

- (1) 사건: 동일한 조건에서 반복할 수 있는 실험이나 관찰에 의하여 일어나는 결과
 (2) 경우의 수: 어떤 사건이 일어날 수 있는 모든 가짓수

예

실험·관찰	사건	경우	경우의 수
한 개의 주사위를 던진다.	짝수의 눈이 나온다.		3
	3의 배수의 눈이 나온다.		2

한 개의 주사위를 던질 때의 경우의 수

조건에 맞는 눈의 수를 나열하여 구한다.

예 한 개의 주사위를 던질 때, 3 이하의 눈이 나오는 경우의 수



3 이하의 눈



01 한 개의 주사위를 던질 때, 다음을 구하시오.

- 홀수의 눈이 나오는 경우의 수
- 2보다 큰 수의 눈이 나오는 경우의 수
- 4 이하의 눈이 나오는 경우의 수
- 6의 약수의 눈이 나오는 경우의 수
- 소수의 눈이 나오는 경우의 수

두 개의 주사위를 던질 때의 경우의 수

순서쌍으로 나타내어 구한다.

예 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수의 합이 4인 경우의 수

A \ B	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

→ 의 가지

02 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던질 때, 다음을 구하시오.

- 두 눈의 수가 같은 경우의 수
- 두 눈의 수의 합이 7인 경우의 수
- 두 눈의 수가 모두 짝수인 경우의 수
- 두 눈의 수의 차가 3인 경우의 수

... 수 카드를 뽑을 때의 경우의 수 ...

주어진 숫자 중 조건에 맞는 숫자를 나열하여 구한다.

예 다음 10장의 카드 중에서 한 장을 뽑을 때, 10의 약수가 나오는 경우의 수



→ 10의 약수는 이므로

03 1부터 15까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 15장의 카드 중에서 한 장을 뽑을 때, 다음을 구하시오.

- (1) 홀수가 나오는 경우의 수
- (2) 3 미만의 수가 나오는 경우의 수
- (3) 10 이상의 수가 나오는 경우의 수
- (4) 4 이상 8 미만의 수가 나오는 경우의 수
- (5) 5의 배수가 나오는 경우의 수
- (6) 15의 약수가 나오는 경우의 수
- (7) 소수가 나오는 경우의 수

... 돈을 지불할 때의 경우의 수 ...

표를 이용하여 액수가 큰 지폐나 동전의 개수부터 정한다.

예 10원짜리, 50원짜리, 100원짜리 동전이 각각 5개씩 있을 때, 150원을 지불하는 경우의 수

100원(개)	50원(개)	10원(개)

→

04 50원짜리 동전과 100원짜리 동전이 각각 5개, 500원짜리 동전이 3개 있을 때, 다음을 구하시오.

- (1) 700원을 지불하는 경우의 수
- (2) 800원을 지불하는 경우의 수
- (3) 1200원을 지불하는 경우의 수
- (4) 1800원을 지불하는 경우의 수



02

사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우의 수

1 경우의 수

두 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A가 일어나는 경우의 수가 m , 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n 이면

→ (사건 A 또는 사건 B가 일어나는 경우의 수) = $m + n$

참고 경우의 수를 구하는 문제에 '또는', '~이거나'라는 말이 들어 있으면 각 사건의 경우의 수를 더한다.

예 한 개의 주사위를 던질 때, 2 이하 또는 5 이상의 눈이 나오는 경우의 수를 구해 보자.

2 이하의 눈이 나오는 경우: 1, 2의 2가지, 5 이상의 눈이 나오는 경우: 5, 6의 2가지

→ 2 이하 또는 5 이상의 눈이 나오는 경우의 수는 $2 + 2 = 4$

주사위 던지기

서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나온 두 눈의 수의 합이 a 또는 b 인 경우의 수

→ (두 눈의 수의 합이 a 인 경우의 수)

(두 눈의 수의 합이 b 인 경우의 수)

01 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 다음을 구하시오.

(1) 두 눈의 수의 합이 3 또는 5인 경우의 수

(2) 두 눈의 수의 합이 8 또는 9인 경우의 수

(3) 두 눈의 수의 합이 4보다 작은 경우의 수

(4) 두 눈의 수의 차가 2 또는 3인 경우의 수

(5) 두 눈의 수의 합이 6의 배수인 경우의 수

교통수단, 물건 선택하기

A를 택하는 경우가 m 가지, B를 택하는 경우가 n 가지일 때, A 또는 B를 택하는 경우의 수

→

02 송희네 집에서 현진네 집으로 가는 버스 노선은 4가지, 지하철 노선은 2가지가 있다. 송희네 집에서 현진네 집까지 갈 때, 다음을 구하시오.

(1) 버스를 타고 가는 경우의 수

(2) 지하철을 타고 가는 경우의 수

(3) 버스 또는 지하철을 타고 가는 경우의 수

03 다음을 구하시오.

(1) 남대문에서 동대문까지 버스를 타고 가는 방법은 5가지, 지하철을 타고 가는 방법은 2가지일 때, 버스 또는 지하철을 타고 가는 경우의 수

(2) 서울에서 부산까지 가는데 고속버스를 타고 가는 방법은 2가지, 기차를 타고 가는 방법은 3가지일 때, 고속버스 또는 기차를 타고 가는 경우의 수

04 서점에는 수학 참고서 4종류와 영어 참고서 2종류가 있다.
다음을 구하시오.

(1) 수학 참고서를 한 권 사는 경우의 수

(2) 영어 참고서를 한 권 사는 경우의 수

(3) 수학 참고서 또는 영어 참고서를 한 권 사는 경우의 수

05 다음을 구하시오.

(1) 면바지 3종류와 청바지 4종류가 있을 때, 면바지 또는 청바지 중에서 한 가지를 고르는 경우의 수

(2) 커피 8종류와 주스 6종류가 있을 때, 커피 또는 주스에서 한 가지를 고르는 경우의 수

(3) 초콜릿 2종류와 과자 6종류가 있을 때, 초콜릿이나 과자 중에서 한 가지를 고르는 경우의 수

(4) 티셔츠 7종류와 반바지 5종류가 있을 때, 티셔츠나 반바지 중에서 한 가지를 고르는 경우의 수

수 뽑기

a 의 배수 또는 b 의 배수를 택하는 경우의 수

① a, b 의 가 없는 경우

→ (a 의 배수의 개수) + (b 의 배수의 개수)

② a, b 의 가 있는 경우

→ (a 의 배수의 개수) + (b 의 배수의 개수)

− (a, b 의 의 개수)

06 상자에 1부터 20까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 20개의 공이 들어 있다. 이 상자에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 다음을 구하시오.

(1) 3의 배수 또는 7의 배수가 적힌 공이 나오는 경우의 수

(2) 5의 배수 또는 9의 배수가 적힌 공이 나오는 경우의 수

(3) 6의 배수 또는 8의 배수가 적힌 공이 나오는 경우의 수

(4) 4의 배수 또는 6의 배수가 적힌 공이 나오는 경우의 수



03

두 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수

1 경우의 수

사건 A가 일어나는 경우의 수가 m , 그 각각의 경우에 대하여 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n 이면

→ (두 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수) = $m \times n$

참고 경우의 수를 구하는 문제에 '동시에', '그리고', '~와(과)'라는 말이 들어 있으면 각 사건의 경우의 수를 곱한다.

예 소설책 3종류와 시집 2종류 중에서 소설책과 시집을 각각 한 권씩 선택하는 경우의 수를 구해 보자.

소설책을 한 권 선택하는 경우: 3가지, 시집을 한 권 선택하는 경우: 2가지 → $3 \times 2 = 6$

주사위 던지기

주사위를 던질 때마다 일어나는 사건의 경우의 수를 각각 구하여

01 한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 다음을 구하시오.

(1) 두 번 모두 3 이하의 눈이 나오는 경우의 수

(2) 첫 번째는 짝수의 눈이 나오고, 두 번째는 홀수의 눈이 나오는 경우의 수

(3) 첫 번째는 3 이하의 눈이 나오고 두 번째는 홀수의 눈이 나오는 경우의 수

(4) 첫 번째는 5 이상의 눈이 나오고 두 번째는 3의 배수의 눈이 나오는 경우의 수

(5) 첫 번째는 소수의 눈이 나오고 두 번째는 6의 약수의 눈이 나오는 경우의 수

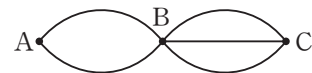
길 선택하기

A 지점에서 B 지점까지 가는 길이 m 가지, B 지점에서 C 지점까지 가는 길이 n 가지일 때, A 지점에서 B 지점을 거쳐 C 지점까지 가는 경우의 수

→

02 그림과 같이 A, B, C 세 지점 사이를 연결하는 길이 있다. 다음을 구하시오.

(단, 같은 지점을 두 번 이상 지나지 않는다.)



(1) A 지점에서 B 지점까지 가는 경우의 수

(2) B 지점에서 C 지점까지 가는 경우의 수

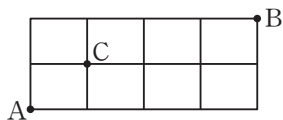
(3) A 지점에서 B 지점을 거쳐 C 지점까지 가는 경우의 수

03 다음을 구하시오.

(1) 인천과 제주를 왕복하는 교통편으로 배는 2가지, 비행기는 5가지가 있다고 할 때, 갈 때는 배를, 올 때는 비행기를 이용하는 경우의 수

(2) 집에서 학교까지 가는 길은 4가지일 때, 집에서 학교까지 갔다가 다시 집으로 돌아오는 경우의 수

04 그림과 같은 모양의 도로망이 있다. 다음을 구하시오.

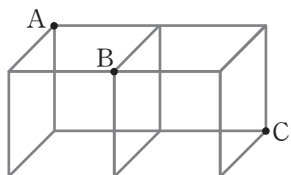


(1) A 지점에서 C 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수

(2) C 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수

(3) A 지점에서 C 지점을 거쳐 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수

05 그림과 같이 두 개의 정육면체를 이어 붙인 구조물이 있다. 다음을 구하시오.



(1) A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수

(2) B 지점에서 C 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수

(3) A 지점에서 B 지점을 거쳐 C 지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수

... 물건 선택하기 ...

A를 택하는 경우가 m 가지, B를 택하는 경우가 n 가지일 때,
A와 B를 각각 한 개씩 택하는 경우의 수

→

06 다음을 구하시오.

(1) 책상 2종류와 의자 3종류가 있을 때, 책상과 의자를 각각 하나씩 짝 지어 파는 경우의 수

(2) 티셔츠 5종류와 청바지 3종류가 있을 때, 티셔츠와 청바지를 각각 하나씩 짝 지어 입는 경우의 수

(3) 형광펜 4종류와 볼펜 6종류 중에서 형광펜과 볼펜을 각각 하나씩 사는 경우의 수

(4) 햄버거 6종류와 음료수 5종류 중에서 햄버거와 음료수를 각각 하나씩 사는 경우의 수

07 다음을 구하시오.

(1) 자음 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ, ㅂ과 모음 ㅏ, ㅑ, ㅓ, ㅕ, ㅗ, ㅛ가 있을 때, 자음 한 개와 모음 한 개를 짝 지어 글자를 만드는 경우의 수

(2) 투수 5명과 포수 3명 중에서 투수와 포수를 각각 한 명씩 짝 짓는 경우의 수

(3) 수현이와 지혜가 가위바위보를 할 때, 일어나는 모든 경우의 수



04

동전, 주사위 던지기

1 경우의 수

(1) 서로 다른 n 개의 동전을 동시에 던질 때, 일어나는 모든 경우의 수: 2^n

예 서로 다른 동전 3개를 동시에 던질 때, 일어나는 모든 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

(2) 서로 다른 n 개의 주사위를 동시에 던질 때, 일어나는 모든 경우의 수: 6^n

예 서로 다른 주사위 2개를 동시에 던질 때, 일어나는 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 6^2 = 36$

(3) 서로 다른 m 개의 동전과 서로 다른 n 개의 주사위를 동시에 던질 때, 일어나는 모든 경우의 수: $2^m \times 6^n$

예 서로 다른 동전 2개와 주사위 1개를 동시에 던질 때, 일어나는 모든 경우의 수는 $2 \times 2 \times 6 = 2^2 \times 6 = 24$

동전 던지기

서로 다른 동전 n 개를 동시에 던질 때, 일어나는 모든 경우의 수

→ 각 동전마다 가지씩 일어나므로

$$\underbrace{\square \times \square \times \cdots \times \square}_n = \square$$

01 다음에서 일어나는 모든 경우의 수를 구하시오.

(1) 서로 다른 동전 4개를 동시에 던질 때

(2) 서로 다른 동전 5개를 동시에 던질 때

02 다음을 구하시오.

(1) 서로 다른 동전 2개를 동시에 던질 때, 앞면과 뒷면이 각각 1개씩 나오는 경우의 수

(2) 서로 다른 동전 3개를 동시에 던질 때, 앞면이 2개, 뒷면이 1개 나오는 경우의 수

주사위 던지기

서로 다른 주사위 n 개를 동시에 던질 때, 일어나는 모든 경우의 수

→ 각 주사위마다 가지씩 일어나므로

$$\underbrace{\square \times \square \times \cdots \times \square}_n = \square$$

03 다음에서 일어나는 모든 경우의 수를 구하시오.

(1) 주사위 1개를 던질 때

(2) 서로 다른 주사위 3개를 동시에 던질 때

04 A, B 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 다음을 구하시오.

(1) A 주사위는 홀수의 눈이 나오고, B 주사위는 5 이상의 눈이 나오는 경우의 수

(2) A 주사위는 2의 배수의 눈이 나오고, B 주사위는 6의 약수의 눈이 나오는 경우의 수

... 동전과 주사위를 동시에 던지기

서로 다른 동전 m 개와 서로 다른 주사위 n 개를 동시에 던질 때,
일어나는 모든 경우의 수

→

05 다음에서 일어나는 모든 경우의 수를 구하시오.

(1) 동전 1개와 서로 다른 주사위 2개를 동시에 던질 때

(2) 동전 1개와 서로 다른 주사위 3개를 동시에 던질 때

(3) 서로 다른 동전 2개와 서로 다른 주사위 2개를 동시에 던질 때

(4) 서로 다른 동전 3개와 주사위 1개를 동시에 던질 때

(5) 서로 다른 동전 3개와 서로 다른 주사위 2개를 동시에 던질 때

(6) 서로 다른 동전 4개와 주사위 1개를 동시에 던질 때

(7) 서로 다른 동전 5개와 주사위 1개를 동시에 던질 때

06 서로 다른 동전 두 개와 주사위 한 개를 동시에 던질 때, 다음을 구하시오.

(1) 동전은 모두 앞면이 나오고, 주사위는 3의 배수의 눈이 나오는 경우의 수

(2) 동전은 모두 뒷면이 나오고, 주사위는 짝수의 눈이 나오는 경우의 수

(3) 동전은 서로 같은 면이 나오고, 주사위는 소수의 눈이 나오는 경우의 수

(4) 동전은 서로 같은 면이 나오고, 주사위는 홀수의 눈이 나오는 경우의 수

(5) 동전은 서로 다른 면이 나오고, 주사위는 4 이하의 눈이 나오는 경우의 수

(6) 동전은 서로 다른 면이 나오고, 주사위는 4의 약수의 눈이 나오는 경우의 수



05

한 줄로 세우는 경우의 수

1 경우의 수

(1) n 명을 한 줄로 세우는 경우의 수: $n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 2 \times 1$
 $\nearrow$ n 명 중 1명을 뽑고 남은 $(n-1)$ 명 중 1명을 뽑는 경우의 수
 $\nwarrow$ n 명 중 1명을 뽑는 경우의 수

예 4명을 한 줄로 세우는 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

(2) n 명 중에서 2명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수: $n \times (n-1)$

예 3명 중에서 2명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수는 $3 \times 2 = 6$

(3) n 명 중에서 3명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수: $n \times (n-1) \times (n-2)$

예 5명 중에서 3명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수는 $5 \times 4 \times 3 = 60$

... n 명을 한 줄로 세울 때 ...

n 명을 한 줄로 세우는 경우의 수

$\rightarrow n \times (\text{ }) \times (\text{ }) \times \cdots \times 2 \times 1$

01 다음을 구하시오.

(1) A, B, C, D, E 5명을 한 줄로 세우는 경우의 수

(2) A, B, C, D, E, F 6명을 한 줄로 세우는 경우의 수

(3) 윤지, 민호, 은정이가 한 줄로 서서 사진을 찍으려고 할 때, 가능한 모든 경우의 수

(4) 400 m 이어달리기 대표로 성훈, 영재, 선웅, 현성이 뽑혔을 때, 달리는 순서를 정하는 경우의 수

... n 명 중에서 r 명을 뽑아 한 줄로 세울 때 ...

n 명 중에서 r 명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수

$\rightarrow n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times \{n - (\text{ })\}$

개

02 다음을 구하시오.

(1) A, B, C, D 4명 중에서 2명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수

(2) A, B, C, D, E, F 6명 중에서 3명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수

(3) 서로 다른 5개의 음료수 중 2개를 골라 두 사람에게 각각 한 개씩 주는 경우의 수

(4) 서로 다른 4곡의 노래 중 3곡을 선택하여 들으려고 할 때, 듣는 순서를 정하는 경우의 수

특정한 사람의 자리가 정해졌을 때

자리가 정해진 사람을 제외한 나머지를 한 줄로 세운 다음 자리가 정해진 사람을 세운다.

예 A, B, C, D 4명이 한 줄로 설 때, A가 맨 앞에 서는 경우의 수

→ A 빈자리에 B, C, D를 한 줄로 세우는 경우의 수와 같다.

→ $1 \times \square \times \square \times \square = \square$

03 A, B, C, D, E 5명이 한 줄로 설 때, 다음을 구하시오.

(1) A가 맨 뒤에 서는 경우의 수

(2) D가 맨 앞에 서는 경우의 수

(3) E가 중앙에 서는 경우의 수

(4) A가 맨 앞에, B가 맨 뒤에 서는 경우의 수

04 다음을 구하시오.

(1) 어느 반의 400 m 이어달리기 대표를 보라, 유진, 하영, 은지로 정했을 때, 유진이가 두 번째 주자로 뛰게 되는 경우의 수

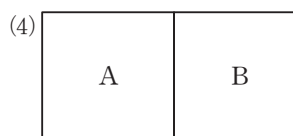
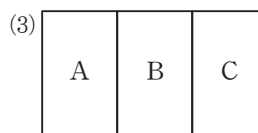
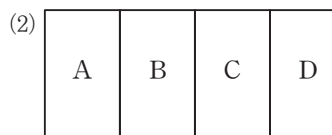
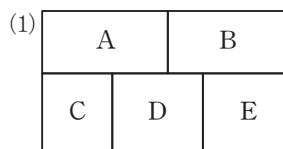
(2) 아버지, 어머니, 수현, 지현, 할아버지, 할머니 모두 6명의 가족이 한 줄로 서서 사진을 찍으려고 할 때, 아버지가 맨 왼쪽에, 어머니가 맨 오른쪽에 서는 경우의 수

색을 칠할 때

나누어진 각 부분에 모두 다른 색을 칠하는 경우의 수

→ 한 번 칠한 색을 다시 사용할 수 을 이용한다.

05 다음 그림과 같이 나누어진 부분을 빨강, 주황, 노랑, 파랑, 보라의 5가지 색으로 칠하려고 할 때, 모두 다른 색을 칠하는 경우의 수를 구하시오.





한 줄로 세울 때, 이웃하여 서는 경우의 수

1 경우의 수

한 줄로 세울 때, 이웃하여 서는 경우의 수는 다음과 같은 방법으로 구한다.

- ① 이웃하는 것을 하나로 묶어 한 줄로 세우는 경우의 수를 구한다.
- ② 묶음 안에서 자리를 바꾸는 경우의 수를 구한다.
- ③ ①과 ②의 경우의 수를 곱한다.

예 A, B, C, D 4명을 한 줄로 세울 때, A, B가 이웃하여 서는 경우의 수는

- ① (A, B), C, D를 한 줄로 세우는 경우의 수: $3 \times 2 \times 1 = 6$
- ② A, B가 자리를 바꾸는 경우의 수: $2 \times 1 = 2$
- ③ ①, ②에서 $6 \times 2 = 12$

... 2명이 이웃하여 설 때 ...

n 명을 한 줄로 세울 때, 2명이 이웃하여 서는 경우의 수

→ (명을 한 줄로 세우는 경우의 수)
 $\times$ (명이 자리를 바꾸는 경우의 수)

01 다음을 구하시오.

(1) A, B, C, D 4명을 한 줄로 세울 때, A, C가 이웃하여 서는 경우의 수

(2) A, B, C, D, E 5명을 한 줄로 세울 때, A, E가 이웃하여 서는 경우의 수

(3) A, B, C, D, E, F 6명을 한 줄로 세울 때, C, F가 이웃하여 서는 경우의 수

(4) A, B, C, D, E, F, G 7명을 한 줄로 세울 때, C, D가 이웃하여 서는 경우의 수

02 다음을 구하시오.

(1) 선희, 진수, 은주 세 사람을 한 줄로 세울 때, 선희와 은주가 이웃하여 서는 경우의 수

(2) 여학생 2명과 남학생 2명을 한 줄로 세울 때, 여학생 2명이 이웃하여 서는 경우의 수

(3) 여학생 3명과 남학생 2명을 한 줄로 세울 때, 남학생 2명이 이웃하여 서는 경우의 수

(4) 종류가 다른 만화책 4권, 소설책 2권을 책꽂이에 한 줄로 꽂을 때, 소설책끼리 이웃하여 꽂는 경우의 수

... 3명이 이웃하여 설 때

n 명을 한 줄로 세울 때, 3명이 이웃하여 서는 경우의 수

→ (명을 한 줄로 세우는 경우의 수)

× (명이 자리를 바꾸는 경우의 수)

03 다음을 구하시오.

(1) A, B, C, D 4명을 한 줄로 세울 때, B, C, D가 이웃하여 서는 경우의 수

(2) A, B, C, D, E 5명을 한 줄로 세울 때, A, B, C가 이웃하여 서는 경우의 수

(3) A, B, C, D, E, F 6명을 한 줄로 세울 때, D, E, F가 이웃하여 서는 경우의 수

(4) A, B, C, D, E, F, G 7명을 한 줄로 세울 때, C, D, E가 이웃하여 서는 경우의 수

04 다음을 구하시오.

(1) 연희, 지효, 지원, 지은이가 한 줄로 서서 사진을 찍을 때, 지은이를 제외한 세 사람이 이웃하여 서는 경우의 수

(2) 알파벳 s, u, p, e, r를 한 줄로 나열할 때, 자음끼리 이웃하는 경우의 수

(3) 여학생 4명과 남학생 3명을 한 줄로 세울 때, 남학생 3명이 이웃하여 서는 경우의 수

... 이웃하는 묶음이 두 묶음일 때

남학생 m 명과 여학생 n 명을 한 줄로 세울 때, 남학생은 남학생끼리, 여학생은 여학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수

→ × (남학생 m 명을 한 줄로 세우는 경우의 수)

× (여학생 n 명을 한 줄로 세우는 경우의 수)

05 다음을 구하시오.

(1) 알파벳 w, i, n, t, e, r을 한 줄로 나열할 때, 자음은 자음끼리, 모음은 모음끼리 이웃하는 경우의 수

(2) 여학생 2명과 남학생 3명을 한 줄로 세울 때, 여학생은 여학생끼리, 남학생은 남학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수

(3) 색이 다른 티셔츠 3장과 바지 3벌을 옷장에 한 줄로 걸어 놓을 때, 티셔츠는 티셔츠끼리, 바지는 바지끼리 이웃하는 경우의 수

(4) 종류가 다른 만화책 3권, 소설책 2권을 책꽂이에 한 줄로 꽂을 때, 만화책은 만화책끼리, 소설책은 소설책끼리 이웃하는 경우의 수

(5) 어머니, 아버지, 경훈, 남동생, 여동생으로 이루어진 5명의 가족이 한 줄로 서서 사진을 찍을 때, 부모님은 부모님끼리, 동생들은 동생들끼리 이웃하여 서는 경우의 수



07

자연수 만들기

1 경우의 수

(1) 0이 포함되지 않은 경우: 0이 아닌 서로 다른 한 자리의 숫자가 각각 하나씩 적힌 n 장의 카드 중에서

① 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수: $n \times (n-1)$

② 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수: $n \times (n-1) \times (n-2)$

예 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 하나씩 적힌 4장의 카드 중에서 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수는 $4 \times 3 = 12$

(2) 0이 포함된 경우: 0을 포함한 서로 다른 한 자리의 숫자가 각각 하나씩 적힌 n 장의 카드 중에서

① 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수: $(n-1) \times (n-1)$

② 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수: $(n-1) \times (n-1) \times (n-2)$

예 0, 1, 2, 3의 숫자가 각각 하나씩 적힌 4장의 카드 중에서 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수는 $3 \times 3 \times 2 = 18$

... 0이 포함되지 않을 때 ...

0이 아닌 서로 다른 한 자리의 숫자가 각각 하나씩 적힌 n 장의 카드 중에서

① 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수는

• 십의 자리: 개

• 일의 자리: 십의 자리에 온 숫자를 제외한 개

→

② 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수는

→

01 다음을 구하시오.

(1) 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 각각 하나씩 적힌 5장의 카드 중에서 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수

(2) 1부터 6까지의 숫자가 각각 하나씩 적힌 6장의 카드 중에서 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수

(3) 1부터 5까지의 숫자가 각각 하나씩 적힌 5장의 카드 중에서 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수

02 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 하나씩 적힌 4장의 카드가 있다. 다음을 구하시오.

(1) 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수 중 23보다 작은 수의 개수

(2) 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수 중 324보다 큰 수의 개수

(3) 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 정수 중 214보다 작은 수의 개수

(4) 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리의 홀수의 개수

... 0이 포함될 때 (1) ...

0을 포함한 서로 다른 한 자리의 숫자가 각각 하나씩 적힌 n 장의 카드 중에서 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수는

- 십의 자리: 0을 제외한 개
- 일의 자리: 0을 포함하고, 십의 자리에 온 숫자를 제외한

개
→

03 다음을 구하시오.

- (1) 0, 1, 2, 3의 숫자가 각각 하나씩 적힌 4장의 카드 중에서 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수
- (2) 0, 2, 4, 6, 8의 숫자가 각각 하나씩 적힌 5장의 카드 중에서 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수
- (3) 0부터 5까지의 숫자가 각각 하나씩 적힌 6장의 카드 중에서 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수

... 0이 포함될 때 (2) ...

0을 포함한 서로 다른 한 자리의 숫자가 각각 하나씩 적힌 n 장의 카드 중에서 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수는

- 백의 자리: 0을 제외한 개
- 십의 자리: 0을 포함하고, 백의 자리에 온 숫자를 제외한 개
- 일의 자리: 0을 포함하고, 백의 자리와 십의 자리에 온 숫자를 제외한 개

→

04 다음을 구하시오.

- (1) 0, 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 하나씩 적힌 5장의 카드 중에서 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수
- (2) 0, 1, 3, 5, 7, 9의 숫자가 각각 하나씩 적힌 6장의 카드 중에서 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수

05 0, 1, 2, 3의 숫자가 각각 하나씩 적힌 4장의 카드가 있다. 다음을 구하시오.

- (1) 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수 중 20보다 큰 수의 개수
- (2) 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 홀수의 개수
- (3) 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수 중 203보다 작은 수의 개수
- (4) 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수 중 213보다 큰 수의 개수
- (5) 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리의 짝수의 개수



08

대표 뽑기

1 경우의 수

(1) 자격이 다른 대표 뽑기

① n 명 중에서 자격이 다른 2명을 뽑는 경우의 수: $n \times (n-1)$

② n 명 중에서 자격이 다른 3명을 뽑는 경우의 수: $n \times (n-1) \times (n-2)$

예 8명의 학생 중에서 회장 1명, 부회장 1명을 뽑는 경우의 수는 $8 \times 7 = 56$

(2) 자격이 같은 대표 뽑기

① n 명 중에서 자격이 같은 2명을 뽑는 경우의 수: $\frac{n \times (n-1)}{2}$

② n 명 중에서 자격이 같은 3명을 뽑는 경우의 수: $\frac{n \times (n-1) \times (n-2)}{3 \times 2 \times 1}$

예 8명의 학생 중에서 대표 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{8 \times 7}{2} = 28$

자격이 다른 대표 뽑기

n 명 중에서 자격이 다른 3명을 뽑는 경우의 수는

→ n 명 중에서 명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수와 같다.

→

01 A, B, C, D 4명 중에서 다음과 같이 뽑는 경우의 수를 구하시오.

(1) 회장 1명, 부회장 1명

(2) 회장 1명, 부회장 1명, 총무 1명

02 A, B, C, D, E 5명 중에서 다음과 같이 뽑는 경우의 수를 구하시오.

(1) 회장 1명, 부회장 1명

(2) 회장 1명, 부회장 1명, 총무 1명

03 다음을 구하시오.

(1) 남학생 3명, 여학생 3명이 있을 때, 회장 1명, 부회장 1명을 뽑는 경우의 수

(2) 학교 댄스 경연 대회에 7명이 출전하였을 때, 이 중에서 1등, 2등을 각각 1명씩 뽑는 경우의 수

(3) 남학생 3명, 여학생 3명이 있을 때, 회장 1명, 부회장 1명, 총무 1명을 뽑는 경우의 수

(4) 리듬체조 경기에 출전한 10명의 선수 중에서 1등, 2등, 3등을 각각 1명씩 뽑는 경우의 수

... 자격이 같은 대표 뽑기 ...

- ①
- n
- 명 중에서 자격이 같은 2명을 뽑는 경우의 수는

→

- ②
- n
- 명 중에서 자격이 같은 3명을 뽑는 경우의 수는

→

04 A, B, C, D, E 5명 중에서 다음과 같이 뽑는 경우의 수를 구하시오.

(1) 대표 2명

(2) 대표 3명

05 다음을 구하시오.

- (1) 금, 토, 일 3일 중에서 어떤 요일을 정하여 취미 생활을 하려고 할 때, 2일을 고르는 경우의 수

- (2) 어느 중학교 학생회장단 선거에 출마한 후보 10명 중에서 대의원 2명을 뽑는 경우의 수

- (3) 남학생 2명, 여학생 4명 중에서 대표 3명을 뽑는 경우의 수

- (4) 농구 동아리 회원 8명 중에서 길거리 농구 대회 대표 3명을 뽑는 경우의 수

... 선분 또는 삼각형의 개수 ...

어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않은 $n(n \geq 3)$ 개의 점 중에서

- ① 두 점을 연결하여 만들 수 있는 선분의 개수

→ n 개 중에서 자격이 같은 2개를 뽑는 경우의 수와 같다.

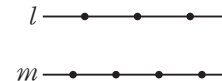
→

- ② 세 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수

→ n 개 중에서 자격이 같은 3개를 뽑는 경우의 수와 같다.

→

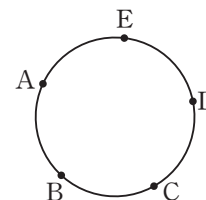
06 오른쪽 그림과 같이 평행한 두 직선 l, m 위에 7개의 점이 있다. 다음을 구하시오.



- (1) 직선
- l
- 위의 한 점, 직선
- m
- 위의 한 점을 이어 만들 수 있는 선분의 개수

- (2) 직선
- l
- 위의 한 점, 직선
- m
- 위의 두 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수

07 오른쪽 그림과 같이 원 위에 5개의 점이 있다. 다음을 구하시오.



- (1) 두 점을 이어 만들 수 있는 선분의 개수

- (2) 세 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수



내신 도전

- 01** 주머니 속에 1부터 12까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 12개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 소수가 적힌 공이 나오는 경우의 수는?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

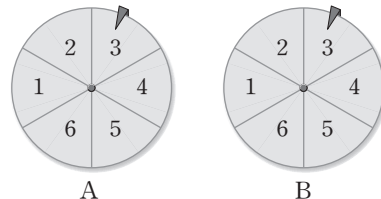
- 02** 한 개의 주사위를 던질 때, 다음 사건 중 일어나는 경우의 수가 가장 큰 것은?

① 홀수의 눈이 나온다.
② 소수의 눈이 나온다.
③ 4보다 큰 수의 눈이 나온다.
④ 6의 약수의 눈이 나온다.
⑤ 3의 배수의 눈이 나온다.

- 03** 500원 짜리 동전 2개, 100원 짜리 동전 3개가 있다. 동전들을 각각 1개 이상 사용하여 지불할 수 있는 금액의 종류는 몇 가지인가?

① 5가지 ② 6가지 ③ 7가지
④ 8가지 ⑤ 9가지

- 04** 다음 그림과 같이 두 원판 A, B에 1부터 6까지의 자연수가 각각 적혀 있다. 두 원판이 각각 돌다가 멈출 때, 두 원판의 각 바늘이 가리킨 수의 합이 5 또는 8인 경우의 수를 구하시오. (단, 바늘이 경계선을 가리키는 경우는 없다.)



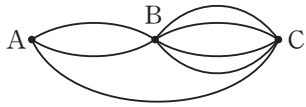
- 05** 각 면에 1부터 12까지의 자연수가 각각 적힌 정십이면체를 두 번 던질 때, 바닥에 닿는 면에 적힌 수가 첫 번째는 3의 배수, 두 번째는 12의 약수인 경우의 수는?

① 10 ② 12 ③ 16
④ 20 ⑤ 24

- 06** 빨강, 파랑, 녹색의 세 가지 색 전구가 각각 하나씩 있다. 이 세 개의 전구를 각각 켜거나 꺼서 만들 수 있는 신호의 개수를 구하시오.

(단, 전구가 꺼진 경우도 신호로 생각한다.)

- 07** A 지점에서 C 지점까지 가는 길이 다음 그림과 같을 때, A 지점에서 C 지점까지 가는 모든 경우의 수는?
(단, 같은 지점은 두 번 이상 지나지 않는다.)



- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

- 08** 아란, 성영, 혜진, 승아가 수학 여행을 가서 선생님과 함께 한 줄로 서서 기념 사진을 찍으려고 할 때, 아란이와 승아가 선생님의 양 옆에서 팔짱을 끼고 사진을 찍는 경우의 수는?

- ① 12 ② 18 ③ 36
④ 60 ⑤ 120

- 09** 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 각각 하나씩 적힌 5장의 카드가 있다. 이 중에서 2장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수 중 40보다 큰 수의 개수는?

- ① 4 ② 6 ③ 8
④ 12 ⑤ 16

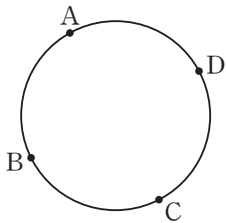
- 10** 0, 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 하나씩 적힌 5장의 카드가 있다. 이 중에서 3장을 동시에 뽑아 만들 수 있는 세 자리의 홀수의 개수는?

- ① 12 ② 18 ③ 24
④ 36 ⑤ 48

- 11** 여학생 3명과 남학생 4명이 있다. 이 중에서 2명의 대표를 뽑는데 2명 모두 여학생이거나 남학생인 경우의 수는?

- ① 9 ② 12 ③ 15
④ 18 ⑤ 21

- 12** 오른쪽 그림과 같이 원 위에 4개의 점이 있다. 4개의 점 중에서 두 점을 이어 만들 수 있는 선분의 개수를 a , 세 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.





09 확률의 뜻

2 확률

- (1) 확률: 같은 조건에서 실험이나 관찰을 여러 번 할 때, 어떤 사건이 일어나는 상대도수가 일정한 값에 가까워지면 이 일정한 값을 그 사건의 확률이라 한다.
- (2) 어떤 실험이나 관찰에서 각각의 경우가 일어날 가능성이 같다고 할 때, 일어나는 모든 경우의 수를 n , 어떤 사건 A 가 일어나는 경우의 수를 a 라 하면 사건 A 가 일어날 확률 p 는

$$p = \frac{(\text{사건 } A \text{가 일어나는 경우의 수})}{(\text{모든 경우의 수})} = \frac{a}{n}$$

예 노란 구슬 2개, 파란 구슬 4개가 들어 있는 주머니에서 한 개의 구슬을 임의로 꺼낼 때, 노란 구슬이 나올 확률은

$$\frac{(\text{노란 구슬의 개수})}{(\text{전체 구슬의 개수})} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

참고 확률은 어떤 사건이 일어날 가능성을 분수, 소수, 백분율(%) 등으로 나타낼 수 있다.

확률의 뜻

사건 A 가 일어날 확률 p 는

$$\rightarrow p = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

01 노란 구슬 6개, 빨간 구슬 4개가 들어 있는 주머니에서 한 개의 구슬을 임의로 꺼낼 때, 다음을 구하시오.

- (1) 모든 경우의 수
- (2) 노란 구슬이 나오는 경우의 수
- (3) 빨간 구슬이 나오는 경우의 수
- (4) 노란 구슬이 나올 확률
- (5) 빨간 구슬이 나올 확률

02 1부터 20까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 20장의 카드 중에서 한 장을 임의로 뽑을 때, 다음을 구하시오.

- (1) 모든 경우의 수
- (2) 짝수가 나오는 경우의 수
- (3) 짝수가 나올 확률
- (4) 3의 배수가 나올 확률
- (5) 6의 배수가 나올 확률
- (6) 20의 약수가 나올 확률

03 서로 다른 세 개의 동전을 동시에 던질 때, 다음을 구하시오.

(1) 모두 뒷면이 나올 확률

(2) 앞면이 1개만 나올 확률

(3) 모두 같은 면이 나올 확률

04 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수에 대하여 다음을 구하시오.

(1) 두 눈의 수의 합이 8일 확률

(2) 두 눈의 수의 합이 9일 확률

(3) 두 눈의 수가 같을 확률

(4) 두 눈의 수가 모두 짝수일 확률

(5) 두 눈의 수의 차가 4일 확률

... ○ 방정식, 부등식에서의 확률 ○ ...

방정식, 부등식에서의 확률은 다음과 같은 순서로 구한다.

① 모든 경우의 수를 구한다.

② 을 이용하여 주어진 방정식 또는 부등식을 만족시키는 경우의 수를 구한다.

③ (확률) = $\frac{(\text{②에서 구한 경우의 수})}{(\text{①에서 구한 경우의 수})}$

05 A, B 두 개의 주사위를 동시에 던져 A 주사위에서 나온 눈의 수를 x , B 주사위에서 나온 눈의 수를 y 라 할 때, 다음을 구하시오.

(1) $y=2x+1$ 일 확률

(2) $y=2x-1$ 일 확률

(3) $x+2y=10$ 일 확률

(4) $3x+2y \leq 9$ 일 확률

(5) $3x-2y > 10$ 일 확률



10

확률의 성질

2 확률

(1) 확률의 성질

① 어떤 사건이 일어날 확률을 p 라 하면 $0 \leq p \leq 1$ 이다.

예 한 개의 주사위를 던질 때, 2의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{6}$ 이다.

② 반드시 일어나는 사건의 확률은 1이다.

예 한 개의 주사위를 던질 때, 1 이상의 눈이 나올 확률은 1이다.

③ 절대로 일어날 수 없는 사건의 확률은 0이다.

예 한 개의 주사위를 던질 때, 7의 눈이 나올 확률은 0이다.

(2) 어떤 사건이 일어나지 않을 확률

사건 A 가 일어날 확률을 p 라 하면 (사건 A 가 일어나지 않을 확률) $= 1 - p$

예 어떤 야구 선수가 한 경기에서 안타를 칠 확률이 $\frac{2}{5}$ 일 때, 이 선수가 안타를 치지 못할 확률은

$$1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

확률의 성질

① 어떤 사건이 일어날 확률을 p 라 하면

② 반드시 일어나는 사건의 확률은 이다.

③ 절대로 일어나지 않는 사건의 확률은 이다.

01 다음을 구하시오.

(1) 한 개의 주사위를 던질 때, 6 이하의 눈이 나올 확률

(2) 한 개의 주사위를 던질 때, 1보다 작은 수의 눈이 나올 확률

(3) 1에서 8까지의 숫자가 각각 적힌 8장의 카드 중에서 한 장을 임의로 뽑을 때, 1 이상의 수가 나올 확률

(4) 빨간 구슬 2개와 파란 구슬 3개가 들어 있는 주머니에서 한 개의 구슬을 임의로 꺼낼 때, 노란 구슬이 나올 확률

02 한 개의 주사위를 던질 때, 다음 중 옳은 것은 ○표, 옳지 않은 것은 ×표 하시오.

(1) 3의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$ 이다. ()

(2) 6의 약수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다. ()

(3) 소수의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{3}$ 이다. ()

(4) 7 이상의 눈이 나올 확률은 0이다. ()

... 어떤 사건이 일어나지 않을 확률 ...

사건 A 가 일어날 확률을 p 라 하면

→ (사건 A 가 일어나지 않을 확률) =

03 다음을 구하시오.

(1) 포수가 목표물을 명중시킬 확률이 $\frac{3}{7}$ 일 때, 목표물을 명중시키지 못할 확률

(2) 은주가 시험에 합격할 확률이 $\frac{1}{5}$ 일 때, 시험에 불합격할 확률

(3) 내일 비가 올 확률이 25 %라 할 때, 내일 비가 오지 않을 확률

(4) 1부터 10까지의 숫자가 각각 적힌 10장의 카드 중에서 한 장을 임의로 뽑을 때, 3의 배수가 나오지 않을 확률

(5) 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수의 합이 3이 아닐 확률

(6) 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수가 서로 다를 확률

... '적어도 하나는 ~'의 확률 ...

① 서로 다른 여러 개의 동전을 동시에 던질 때,

(적어도 한 개는 앞면일 확률) = $1 - (\text{모두 } \text{} \text{일 확률})$

② 여러 개의 문제의 답을 임의로 표시할 때,

(적어도 한 개는 맞힐 확률) = $1 - (\text{모두 틀릴 확률})$

04 다음을 구하시오.

(1) 서로 다른 세 개의 동전을 동시에 던질 때, 적어도 한 개는 앞면이 나올 확률

(2) 지효가 4개의 ○, × 퀴즈 문제에 대하여 임의로 답을 표시할 때, 적어도 한 문제는 맞힐 확률

(3) 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 적어도 한 개는 짝수의 눈이 나올 확률

(4) 세 사람이 가위바위보를 할 때, 적어도 한 사람은 다른 것을 낼 확률

(5) 흰 공 3개와 검은 공 4개가 들어 있는 주머니에서 임의로 두 개의 공을 동시에 꺼낼 때, 적어도 한 개는 흰 공일 확률



개념 11 사건 A 또는 사건 B가 일어날 확률

2 확률

두 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A가 일어날 확률을 p , 사건 B가 일어날 확률을 q 라 하면

→ (사건 A 또는 사건 B가 일어날 확률) = $p + q$

예 한 개의 주사위를 던질 때, 2 이하 또는 4 이상의 눈이 나올 확률은

$$(2 \text{ 이하의 눈이 나올 확률}) + (4 \text{ 이상의 눈이 나올 확률}) = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$$

... 사건 A 또는 사건 B가 일어날 확률 ...

두 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A가 일어날 확률을 p , 사건 B가 일어날 확률을 q 라 하면

→ (사건 A 또는 사건 B가 일어날 확률) =

01 흰 공 8개, 노란 공 4개, 빨간 공 5개가 들어 있는 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼낼 때, 다음을 구하시오.

(1) 흰 공이 나올 확률

(2) 노란 공이 나올 확률

(3) 빨간 공이 나올 확률

(4) 흰 공 또는 노란 공이 나올 확률

(5) 노란 공 또는 빨간 공이 나올 확률

02 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수에 대하여 다음을 구하시오.

(1) 두 눈의 수의 합이 5일 확률

(2) 두 눈의 수의 합이 10일 확률

(3) 두 눈의 수의 합이 5 또는 10일 확률

(4) 두 눈의 수의 차가 2일 확률

(5) 두 눈의 수의 차가 4일 확률

(6) 두 눈의 수의 차가 2 또는 4일 확률

03 1부터 10까지의 숫자가 각각 하나씩 적힌 공 10개가 들어 있는 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼낼 때, 다음을 구하시오.

(1) 7의 배수가 나올 확률

(2) 짝수가 나올 확률

(3) 7의 배수 또는 짝수가 나올 확률

04 1부터 30까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 30장의 카드 중에서 한 장을 임의로 뽑을 때, 다음을 구하시오.

(1) 4의 배수 또는 9의 배수가 나올 확률

(2) 5의 배수 또는 8의 배수가 나올 확률

(3) 6의 배수 또는 7의 배수가 나올 확률

(4) 7의 배수 또는 8의 배수가 나올 확률

05 다음을 구하시오.

(1) 흰 공 7개, 노란 공 6개, 빨간 공 5개가 들어 있는 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼낼 때, 흰 공 또는 빨간 공이 나올 확률

(2) 볼펜 3자루, 사인펜 1자루, 형광펜 6자루가 들어 있는 필통에서 한 개의 펜을 임의로 꺼낼 때, 사인펜 또는 형광펜이 나올 확률

(3) 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수의 합이 3 또는 9일 확률

(4) 1부터 20까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 20장의 카드 중에서 한 장을 임의로 뽑을 때, 소수 또는 6의 배수가 적힌 카드가 나올 확률

(5) 0, 1, 2, 3의 숫자가 각각 하나씩 적힌 4장의 카드 중에서 두 장을 동시에 뽑아 두 자리의 자연수를 만들 때, 5의 배수 또는 7의 배수일 확률

(6) 알파벳 s, p, i, n, g을 한 줄로 나열할 때, s 또는 g가 맨 앞에 올 확률



12

사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률

2 확률

두 사건 A, B가 서로 영향을 끼치지 않을 때, 사건 A가 일어날 확률을 p , 사건 B가 일어날 확률을 q 라 하면

(사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률) = $p \times q$

예 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던질 때, A는 3 미만의 눈이 나오고 B는 5 이상의 눈이 나올 확률은

$$(A가\ 3\ 미만의\ 눈이\ 나올\ 확률) \times (B가\ 5\ 이상의\ 눈이\ 나올\ 확률) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

... 사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률 ...

두 사건 A, B가 서로 영향을 끼치지 않을 때, 사건 A가 일어날 확률을 p , 사건 B가 일어날 확률을 q 라 하면

→ (사건 A와 사건 B가 동시에 일어날 확률) =

01 한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 다음을 구하시오.

(1) 첫 번째는 3의 배수의 눈이 나오고, 두 번째는 6의 약수의 눈이 나올 확률

(2) 첫 번째는 4의 약수의 눈이 나오고, 두 번째는 4 이상의 눈이 나올 확률

(3) 첫 번째는 홀수의 눈이 나오고, 두 번째는 3 미만의 눈이 나올 확률

02 동전 한 개와 주사위 한 개를 동시에 던질 때, 다음을 구하시오.

(1) 동전에서 앞면이 나올 확률

(2) 주사위에서 5의 약수의 눈이 나올 확률

(3) 동전은 앞면이 나오고, 주사위는 5의 약수의 눈이 나올 확률

(4) 동전은 뒷면이 나오고, 주사위는 소수의 눈이 나올 확률

... 0 두 사건 A, B 중 하나만 일어나거나 모두 일어나지 않을 확률 ...

두 사건 A, B 가 서로 영향을 끼치지 않을 때, 사건 A 가 일어날 확률을 p , 사건 B 가 일어날 확률을 q 라 하면

- ① 사건 A 가 일어나고 사건 B 가 일어나지 않을 확률

→

- ② 사건 A 가 일어나지 않고 사건 B 가 일어날 확률

→

- ③ 두 사건 A, B 가 모두 일어나지 않을 확률

→

03 (문제를 맞힐 확률) 다음을 구하시오.

- (1) 어떤 문제를 A, B 두 사람이 맞힐 확률이 각각 $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{10}$ 일 때, 두 사람 모두 문제를 맞힐 확률

- (2) 어떤 문제를 A, B 두 사람이 맞힐 확률이 각각 $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ 일 때, A 만 문제를 맞힐 확률

- (3) 어떤 문제를 A, B 두 사람이 맞힐 확률이 각각 $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ 일 때, 두 사람 모두 문제를 맞히지 못할 확률

04 (합격, 불합격에 대한 확률) 다음을 구하시오.

- (1) 어떤 시험에 A, B 두 사람이 합격할 확률이 각각 $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$ 일 때, 두 사람 모두 합격할 확률

- (2) 어떤 시험에 A, B 두 사람이 합격할 확률이 각각 $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$ 일 때, B 만 합격할 확률

- (3) 어떤 시험에 A, B 두 사람이 합격할 확률이 각각 $\frac{3}{10}$, $\frac{9}{14}$ 일 때, 두 사람 모두 불합격할 확률

05 (명중률) 다음을 구하시오.

- (1) A, B 두 사람의 명중률이 각각 $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{5}$ 일 때, 두 사람 모두 과녁을 명중시키지 못할 확률

- (2) 14발을 쏘면 7발을 명중시키는 양궁 선수가 연속하여 두 번 화살을 쏘았을 때, 처음 화살만 명중시킬 확률

- (3) 자유투 성공률이 60%인 어떤 농구 선수가 연속하여 자유투 2개를 던질 때, 모두 성공할 확률

06 (두 사람이 만날 확률) 다음을 구하시오.

- (1) 명호와 희수가 약속 시간을 지킬 확률은 각각 $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$ 일 때, 두 사람이 약속 시간에 만나지 못할 확률

- (2) 영란이가 약속 시간을 지킬 확률은 $\frac{2}{3}$ 이고, 민규가 약속 시간을 지키지 못할 확률은 $\frac{1}{4}$ 일 때, 두 사람이 약속 시간에 만나지 못할 확률

- (3) 성준이가 약속 시간을 지키지 못할 확률은 $\frac{3}{7}$ 이고, 정미가 약속 시간을 지킬 확률은 $\frac{3}{4}$ 일 때, 두 사람이 약속 시간에 만나지 못할 확률

... 두 사건 A, B 중 적어도 하나가 일어날 확률

두 사건 A, B 가 서로 영향을 끼치지 않을 때, 사건 A 가 일어날 확률을 p , 사건 B 가 일어날 확률을 q 라 하면
(두 사건 A, B 중 적어도 하나가 일어날 확률)

$$= 1 - (\text{두 사건 } A, B \text{가 모두 } \boxed{} \text{ 확률})$$

$$= 1 - \boxed{}$$

07 다음을 구하시오.

- (1) A 주머니에는 흰 공 1개, 검은 공 2개가 들어 있고
B 주머니에는 흰 공 1개, 검은 공 4개가 들어 있다.
두 주머니에서 각각 공을 한 개씩 임의로 꺼낼 때, 적어도 한 개는 흰 공일 확률

- (2) 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 적어도 한 개는 짝수의 눈이 나올 확률

- (3) 어떤 문제를 A, B 두 사람이 맞힐 확률이 각각 $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{3}$ 일 때, 적어도 한 사람은 문제를 맞힐 확률

- (4) A, B 두 사람이 약속 시간에 늦을 확률이 각각 $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{5}$ 일 때, 적어도 한 사람은 약속 시간에 늦을 확률

- (5) A, B, C의 합격률이 각각 $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$ 일 때, 적어도 한 명이 합격할 확률

- (6) 사격 선수 A, B, C의 명중률이 각각 60 %, 50 %, 75 %일 때, 적어도 한 선수가 과녁을 명중시킬 확률

... 확률의 덧셈과 곱셈 (1)

확률의 곱셈을 이용하여 각 사건의 확률을 구한 후 각 사건의 확률을 더한다.

08 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수에 대하여 다음을 구하시오.

- (1) 두 눈의 수가 모두 짝수이거나 모두 3의 약수일 확률

- (2) 두 눈의 수가 모두 4의 배수이거나 모두 홀수일 확률

- (3) 두 눈의 수가 모두 소수이거나 모두 4의 배수일 확률

- (4) 두 눈의 수가 모두 6의 약수이거나 모두 5의 배수 확률

- (5) 두 눈의 수가 모두 홀수이거나 모두 짝수일 확률

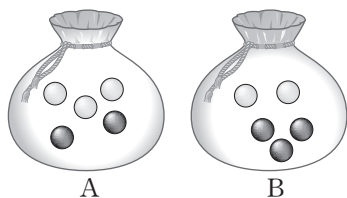
09 두 상자 A, B에 1부터 9까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 카드가 9장씩 들어 있다. 두 상자에서 각각 카드를 한 장씩 임의로 꺼낼 때, 다음을 구하시오.

(1) 카드에 적힌 두 수의 합이 홀수일 확률

(2) 카드에 적힌 두 수의 합이 짝수일 확률

(3) 카드에 적힌 두 수가 모두 3의 배수이거나 5의 배수일 확률

10 A 주머니에는 흰 공이 3개, 검은 공이 2개 들어 있고, B 주머니에는 흰 공이 2개, 검은 공이 3개 들어 있다. 다음을 구하시오.



(1) 두 주머니에서 각각 공을 한 개씩 임의로 꺼낼 때, 서로 다른 색의 공이 나올 확률

(2) 임의로 한 주머니를 골라 한 개의 공을 꺼낼 때, 검은 공이 나올 확률

... 확률의 덧셈과 곱셈 (2) ...

두 사건 A, B 가 서로 영향을 끼치지 않을 때, 사건 A 가 일어날 확률을 p , 사건 B 가 일어날 확률을 q 라 하면

(두 사건 A, B 중 하나만 일어날 확률)

$=$ (사건 A 가 일어나고 사건 B 가 일어나지 않을 확률)

$+$ (사건 A 가 일어나지 않고 사건 B 가 일어날 확률)

$=$ $+$

11 다음을 구하시오.

(1) 어떤 자격 시험에서 민지가 합격할 확률이 $\frac{5}{8}$, 선재가 합격할 확률이 $\frac{3}{4}$ 일 때, 두 사람 중 한 사람만 자격 시험에 합격할 확률

(2) 일기예보에 따르면 이번 주 월요일에 비가 올 확률은 $\frac{2}{5}$, 화요일에 비가 올 확률은 $\frac{1}{3}$ 이라 할 때, 이들 중 하루만 비가 올 확률

(3) 선호는 수학 시험 객관식 문제 중에서 마지막 두 문제를 풀지 못해 임의로 답을 적어 제시하였다. 객관식 문제는 정답이 한 개인 오지선다형일 때, 두 문제 중 한 문제만 맞힐 확률



개념

13

연속하여 꺼내는 경우의 확률

2 확률

- (1) 꺼낸 것을 다시 넣고 꺼내는 경우: 처음에 일어나는 사건이 나중에 일어나는 사건에 영향을 주지 않는다.
→ 처음에 꺼낼 확률과 나중에 꺼낼 확률이 같다.
- (2) 꺼낸 것을 다시 넣지 않고 꺼내는 경우: 처음에 일어나는 사건이 나중에 일어나는 사건에 영향을 준다.
→ 처음에 꺼낼 확률과 나중에 꺼낼 확률이 다르다.
- 예 노란 공 2개, 파란 공 3개가 들어 있는 주머니에서 공을 한 개씩 두 번 임의로 꺼낼 때, 2개 모두 노란 공일 확률은
- 꺼낸 공을 다시 넣을 때: $\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$ • 꺼낸 공을 다시 넣지 않을 때: $\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$

연속하여 꺼내는 경우의 확률

— 꺼낸 것을 다시 넣는 경우

처음에 일어난 사건이 나중에 일어나는 사건에 영향을

→ (처음에 꺼낼 때의 전체 개수)

(나중에 꺼낼 때의 전체 개수)

- 01 빨간 공 5개, 파란 공 4개가 들어 있는 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼내 확인하고 넣은 후 다시 한 개의 공을 임의로 꺼낼 때, 다음을 구하시오.

(1) 첫 번째는 빨간 공이 나올 확률

(2) 두 번째는 빨간 공이 나올 확률

(3) 두 번 모두 빨간 공이 나올 확률

- 02 다음을 구하시오. (단, 꺼낸 것은 다시 넣는다.)

(1) 흰 공 3개, 검은 공 6개가 들어 있는 주머니에서 공을 한 개씩 두 번 임의로 꺼낼 때, 두 번 모두 검은 공이 나올 확률

(2) 3개의 당첨 제비를 포함한 10개의 제비가 들어 있는 상자에서 제비를 한 개씩 두 번 임의로 꺼낼 때, 두 번 모두 당첨 제비가 나올 확률

(3) 빨간 풍선 4개, 노란 풍선 6개가 들어 있는 상자에서 한 개씩 차례로 2개의 풍선을 임의로 꺼낼 때, 첫 번째는 빨간 풍선, 두 번째는 노란 풍선이 나올 확률

(4) 흰 바둑돌 7개, 검은 바둑돌 5개가 들어 있는 주머니에서 한 개씩 차례로 2개의 바둑돌을 임의로 꺼낼 때, 첫 번째는 흰 바둑돌, 두 번째는 검은 바둑돌이 나올 확률

연속하여 꺼내는 경우의 확률

— 꺼낸 것을 다시 넣지 않는 경우

처음에 일어난 사건이 나중에 일어나는 사건에 영향을 .

➡ (처음에 꺼낼 때의 전체 개수)

(나중에 꺼낼 때의 전체 개수)

- 03** 빨간 공 5개, 파란 공 4개가 들어 있는 주머니에서 2개의 공을 연속하여 임의로 꺼낼 때, 다음을 구하시오.
(단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.)

(1) 첫 번째는 빨간 공이 나올 확률

(2) 두 번째는 빨간 공이 나올 확률

(3) 두 번 모두 빨간 공이 나올 확률

- 04** 흰 공 7개, 검은 공 3개가 들어 있는 주머니에서 2개의 공을 연속하여 임의로 꺼낼 때, 다음을 구하시오.
(단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.)

(1) 첫 번째는 흰 공이 나올 확률

(2) 두 번째는 검은 공이 나올 확률

(3) 첫 번째는 흰 공, 두 번째는 검은 공이 나올 확률

- 05** 다음을 구하시오. (단, 꺼낸 것은 다시 넣지 않는다.)

(1) 흰 공 3개, 검은 공 6개가 들어 있는 주머니에서 2개의 공을 연속하여 임의로 꺼낼 때, 2개 모두 검은 공이 나올 확률

(2) 빨간 구슬 4개, 노란 구슬 6개가 들어 있는 상자에서 2개의 구슬을 연속하여 임의로 꺼낼 때, 첫 번째는 빨간 구슬, 두 번째는 노란 구슬이 나올 확률

(3) 흰 바둑돌 7개, 검은 바둑돌 5개가 들어 있는 주머니에서 2개의 바둑돌을 연속하여 임의로 꺼낼 때, 첫 번째는 흰 바둑돌, 두 번째는 검은 바둑돌이 나올 확률

- 06** 10개의 제비 중 3개의 당첨 제비가 들어 있는 상자에서 재석이와 희선이가 차례로 제비를 한 개씩 임의로 뽑을 때, 다음을 구하시오. (단 뽑은 제비는 다시 넣지 않는다.)

(1) 희선이란 당첨될 확률

(2) 두 사람 모두 당첨될 확률

(3) 두 사람 모두 당첨되지 않을 확률



14

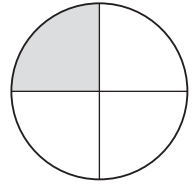
도형에서의 확률

2 확률

도형으로 주어진 조건을 이용하여 확률을 구할 때, 일어나는 모든 경우의 수는 도형의 전체 넓이로, 어떤 사건이 일어나는 경우의 수는 도형에서 해당하는 부분의 넓이로 생각한다.

→ (도형에서의 확률) = $\frac{(\text{해당하는 부분의 넓이})}{(\text{도형의 전체 넓이})}$

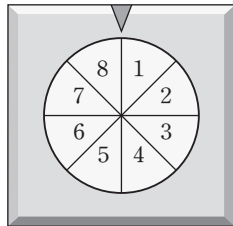
예 오른쪽 그림과 같이 4등분된 원판에 화살을 쏘 때, 화살이 원판을 벗어나거나 경계선을 맞히는 경우가 없다고 하면 색칠한 부분을 맞힐 확률은
 $\frac{(\text{색칠한 부분의 넓이})}{(\text{전체 넓이})} = \frac{1}{4}$



도형에서의 확률

(도형에서의 확률) = $\frac{(\text{해당하는 부분의 } \boxed{})}{(\text{도형 } \boxed{})}$

01 오른쪽 그림과 같이 8등분된 원판을 돌린 후 멈추었을 때, 다음을 구하시오. (단, 바늘이 경계선을 가리키는 경우는 없다.)



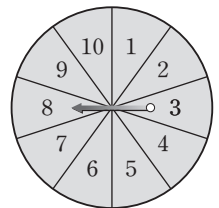
(1) 바늘이 3보다 작은 수를 가리킬 확률

(2) 바늘이 6 이상의 수를 가리킬 확률

(3) 바늘이 3의 배수를 가리킬 확률

(4) 바늘이 소수를 가리킬 확률

02 오른쪽 그림과 같이 10등분된 원판을 돌린 후 멈추었을 때, 다음을 구하시오. (단, 바늘이 경계선을 가리키는 경우는 없다.)



(1) 바늘이 5보다 큰 수를 가리킬 확률

(2) 바늘이 3 미만의 수를 가리킬 확률

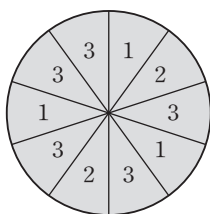
(3) 바늘이 8 이상의 수를 가리킬 확률

(4) 바늘이 4의 배수를 가리킬 확률

(5) 바늘이 10의 약수를 가리킬 확률

(6) 바늘이 소수를 가리킬 확률

- 03** 오른쪽 그림과 같이 10등분된 원판에 화살을 쏠 때, 다음을 구하시오.
(단, 화살이 원판을 벗어나거나 경계선을 맞히는 경우는 없다.)

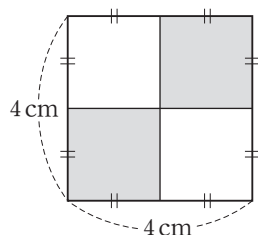


(1) 1이 적힌 부분을 맞힐 확률

(2) 2가 적힌 부분을 맞힐 확률

(3) 3이 적힌 부분을 맞힐 확률

- 04** 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 4 cm인 정사각형 모양의 표적에 화살을 쏠 때, 다음을 구하시오. (단, 화살이 표적을 벗어나거나 경계선을 맞히는 경우는 없다.)

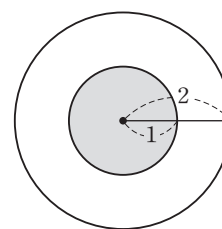


(1) 표적의 넓이

(2) 색칠한 부분의 넓이

(3) 색칠한 부분을 맞힐 확률

- 05** 오른쪽 그림과 같이 중심이 같고 반지름의 길이가 각각 1, 2인 원으로 이루어진 표적에 화살을 쏠 때, 다음을 구하시오.
(단, 화살이 표적을 벗어나거나 경계선을 맞히는 경우는 없다.)



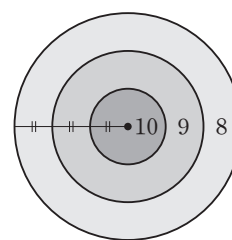
(1) 표적의 넓이

(2) 색칠한 부분의 넓이

(3) 색칠하지 않은 부분의 넓이

(4) 색칠하지 않은 부분을 맞힐 확률

- 06** 오른쪽 그림과 같은 과녁에 화살을 쏘아서 맞힌 부분의 숫자를 점수로 얻는다고 한다. 화살을 한번 쏠 때, 다음을 구하시오.
(단, 화살이 과녁을 벗어나거나 경계선을 맞히는 경우는 없다.)



(1) 10점을 얻을 확률

(2) 9점을 얻을 확률

(3) 8점을 얻을 확률



내신 도전

01 다음 사건 중에서 확률이 가장 큰 것은?

- ① 동전 한 개를 던질 때, 뒷면이 나온다.
- ② 두 사람이 가위바위보를 할 때, 비긴다.
- ③ 주사위 한 개를 던질 때, 나오는 눈의 수가 소수이다.
- ④ 주사위 한 개를 던질 때, 나오는 눈의 수가 4의 배수이다.
- ⑤ 주사위 한 개를 던질 때, 나오는 눈의 수가 6의 약수이다.

02 A, B, C, D, E 5명을 한 줄로 세울 때, A와 E가 서로 이웃하여 설 확률은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{11}{30}$
- ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{13}{30}$

03 0, 2, 4, 6의 숫자가 각각 하나씩 적힌 4장의 카드 중에서 2장을 동시에 뽑아 두 자리 자연수를 만들 때, 그 수가 40보다 작을 확률은?

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

04 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

보기

- ㄱ. 사건 A가 일어날 확률을 p 라 할 때, $0 < p < 1$ 이다.
- ㄴ. 반드시 일어나는 사건의 확률은 1이다.
- ㄷ. 절대로 일어날 수 없는 사건의 확률은 0이다.
- ㄹ. 사건 A가 일어날 확률을 p 라 할 때, 사건 A가 일어나지 않을 확률은 $p-1$ 이다.

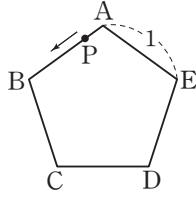
- ① 0개 ② 1개 ③ 2개
- ④ 3개 ⑤ 4개

05 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수의 곱이 4 이상일 확률을 구하시오.

06 신영이네 반 학생 25명은 각각 1번부터 25번까지 자신의 번호를 가지고 있다. 선생님이 한 학생의 번호를 임의로 불러 질문을 하려고 할 때, 부른 번호가 4의 배수이거나 7의 배수일 확률은?

- ① $\frac{1}{25}$ ② $\frac{3}{25}$ ③ $\frac{6}{25}$
- ④ $\frac{9}{25}$ ⑤ $\frac{18}{25}$

- 07** 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정오각형 ABCDE가 있다. 점 P가 꼭짓점 A에서 출발하여 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 눈의 수의 합만큼 시계 반대 방향으로 변을 따라 이동한다고 하자. 점 P가 꼭짓점 E에 있을 확률은?



- ① $\frac{5}{36}$ ② $\frac{7}{36}$ ③ $\frac{2}{9}$
 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

- 08** 500원짜리 동전 1개, 100원짜리 동전 1개, 주사위 1개를 동시에 던질 때, 동전은 모두 앞면이 나오고 주사위는 6의 약수의 눈이 나올 확률은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$
 ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

- 09** 종수와 은별이가 오후 4시에 도서관 정문에서 만나기로 약속을 하였는데 종수와 은별이가 오후 4시에 도서관 정문에 가지 못할 확률이 각각 $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$ 일 때, 오후 4시에 두 사람이 도서관 정문에서 만나지 못할 확률을 구하시오.

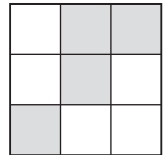
- 10** 한 개의 주사위를 연속하여 두 번 던질 때, 적어도 한 번은 6의 눈이 나올 확률은?

- ① $\frac{11}{36}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{5}{9}$
 ④ $\frac{25}{36}$ ⑤ $\frac{35}{36}$

- 11** 흰 공 2개, 검은 공 2개가 들어 있는 주머니에서 하나씩 차례로 2개의 공을 꺼낼 때, 두 번 모두 흰 공이 나올 확률을 구하려고 한다. 꺼낸 공을 다시 넣을 때의 확률을 p , 꺼낸 공을 다시 넣지 않을 때의 확률을 q 라 할 때, $p+q$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{5}{12}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

- 12** 오른쪽 그림과 같이 9등분된 정사각형 모양의 과녁에 화살을 두 번 쏠 때, 두 번 모두 색칠한 부분을 맞힐 확률을 구하시오. (단, 화살이 과녁을 벗어나거나 경계선을 맞는 경우는 없다.)





대단원 평가

01 주사위 한 개를 두 번 던져서 첫 번째에 나온 눈의 수를 x , 두 번째에 나온 눈의 수를 y 라 할 때, $2x+y=8$ 이 되는 경우의 수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

02 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던질 때, 나오는 두 눈의 수의 합이 4 또는 7인 경우의 수는?

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

03 상자 속에 1에서 20까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 20개의 공이 들어 있다. 이 상자 속에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 3의 배수 또는 7의 배수가 적힌 공이 나오는 경우의 수는?

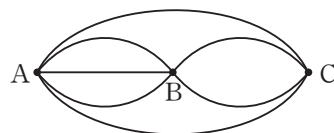
- ① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 12

04 1부터 20까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 20장의 카드 중에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 다음 사건 중 경우의 수가 가장 큰 것은?

- ① 소수가 적힌 카드가 나온다.
② 4의 배수가 적힌 카드가 나온다.
③ 20의 약수가 적힌 카드가 나온다.
④ 17 이상의 자연수가 적힌 카드가 나온다.
⑤ 5의 배수 또는 6의 배수가 적힌 카드가 나온다.

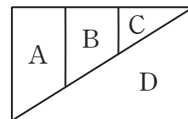
05 A 지점에서 C 지점까지 가는 길이 다음 그림과 같을 때, A 지점에서 C 지점까지 가는 경우의 수는?

(단, 같은 지점은 두 번 이상 지나지 않는다.)



- ① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 9

06 오른쪽 그림과 같이 A, B, C, D 네 부분으로 나누어진 도형에 서로 다른 5가지 색깔의 색연필을 사용하여 칠하려고 한다. 같은 색을 여러 번 사용해도 좋으나 이웃한 부분은 서로 다른 색을 칠하는 경우의 수를 구하시오.



- 07** 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 하나씩 적힌 4장의 카드 중에서 3장을 동시에 뽑아 세 자리 자연수를 만들어 작은 수부터 크기순으로 나열했을 때, 16번째인 수를 구하시오.

- 08** 0부터 6까지의 숫자가 각각 하나씩 적힌 7장의 카드 중에서 3장을 동시에 뽑아 세 자리의 자연수를 만들 때, 일의 자리가 항상 2인 자연수의 개수는?

① 10 ② 15 ③ 20
④ 25 ⑤ 30

- 09** A, B, C, D 4명의 학생이 있다. 4명을 한 줄로 세우는 경우의 수는 a 이고, 4명을 한 줄로 세울 때 C와 D가 이웃하여 서는 경우의 수는 b 이다. 이때 $a+b$ 의 값은?

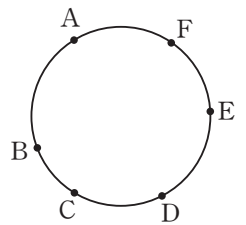
① 30 ② 34 ③ 36
④ 38 ⑤ 40

- 10** 남학생 3명, 여학생 5명이 있다. 회장 1명과 남자 부회장 1명, 여자 부회장 1명을 뽑는 경우의 수를 구하시오.

- 11** 7개의 야구팀이 각 팀과 한 번씩 경기를 갖는다면 모두 몇 번의 경기를 해야 하는가?

① 21번 ② 28번 ③ 35번
④ 42번 ⑤ 49번

- 12** 오른쪽 그림과 같이 원 위에 6개의 점 A, B, C, D, E, F가 있다. 이때 6개의 점 중에서 두 점을 연결하여 만들 수 있는 선분의 개수와 세 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수를 차례로 구하면?



① 10, 10 ② 15, 20
③ 10, 30 ④ 20, 15
⑤ 20, 30



13 사건 A 가 일어날 확률을 p , 일어나지 않을 확률을 q 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $0 \leq pq < 1$ ② $0 < p < 1$
 ③ $p + q < 1$ ④ $p - q = 2$
 ⑤ $q = 0$ 이면 사건 A 는 절대로 일어나지 않는다.

14 파란색을 포함하여 서로 다른 12가지의 색의 색연필 중에서 한 개를 임의로 선택할 때, 그 색연필이 파란색이 아닐 확률은?

- ① 0 ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

15 0, 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 하나씩 적힌 5장의 카드 중에서 3장을 동시에 뽑아 세 자리 자연수를 만들 때, 그 수가 홀수일 확률은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$
 ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

16 주머니 속에 모양과 크기가 같은 노란 공, 빨간 공, 파란 공이 총 20개 들어 있다. 이 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼낼 때, 파란 공이 나올 확률은 $\frac{3}{5}$ 이다. 노란 공이 4개일 때, 빨간 공의 개수를 구하시오.

17 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나온 눈의 수를 각각 a , b 라 하자. 방정식 $ax - b = 1$ 의 해가 1 또는 3이 될 확률은?

- ① $\frac{7}{36}$ ② $\frac{5}{18}$ ③ $\frac{13}{36}$
 ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

18 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던질 때, A 주사위는 홀수의 눈이 나오고 B 주사위는 6의 배수의 눈이 나올 확률은?

- ① $\frac{1}{24}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{6}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

- 19** 주머니 속에 모양과 크기가 같은 검은 공 3개와 흰 공 4개가 들어 있다. 이 주머니에서 공을 하나씩 두 번 임의로 꺼낼 때, 두 번 모두 검은 공이 나올 확률은?

(단, 꺼낸 공은 다시 넣는다.)

- ① $\frac{2}{49}$ ② $\frac{6}{49}$ ③ $\frac{9}{49}$
 ④ $\frac{12}{49}$ ⑤ $\frac{16}{49}$

- 20** 10개의 제비 중 당첨 제비가 3개 있을 때, 유리와 수영이가 차례로 뽑아 모두 당첨 제비를 뽑을 확률은?

(단, 뽑은 제비는 다시 넣지 않는다.)

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

- 21** 아버지, 어머니, 자녀 3명이 사진을 찍으려고 한 줄로 설 때, 아버지와 어머니가 양 끝에 설 확률은?

- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{1}{5}$
 ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{1}{30}$

- 22** 은우는 수학 시험에서 3문제를 풀지 못해 무작위로 답을 체크하여 답안지를 제출하였다. 이때 적어도 한 문제를 맞힐 확률은? (단, 문제는 ○, × 문항이다.)

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

- 23** 명중률이 각각 $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{3}$ 인 두 명의 포수가 있다. 두 포수가 목표물을 향해 한 발씩 동시에 쏘았을 때, 목표물이 떨어질 확률은?

- ① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{8}{15}$
 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

- 24** 비가 온 다음 날에 비가 올 확률은 $\frac{2}{3}$ 이고, 비가 오지 않은 다음 날에 비가 올 확률은 $\frac{1}{4}$ 이라고 한다. 금요일에 비가 오지 않았을 때, 그 주 일요일에 비가 올 확률을 구하시오.

Memo